

PREDMET

MATEMATIKA

RAZRED/LETNIK

9. razred

VRSTA GRADIVA

Rešitve

AVTORJI REŠITEV

Vanja Ocvirk Karner, Uroš Medar, Mitja Vatovec

LETO IZIDA

2021

UČBENIŠKO GRADIVO

Vanja Ocvirk Karner, Uroš Medar, Mitja Vatovec
Matematika 9, učbenik



1. IZRAZI

Izrazi – ponovitev

1.

a)

1. par: $16ab$ in $-2ab$

2. par: $-9ab^2$ in $-3ab^2$

b)

1. par:

vsota: $14ab$, razlika: $18ab$, produkt: $-32a^2b^2$, količnik: -8 .

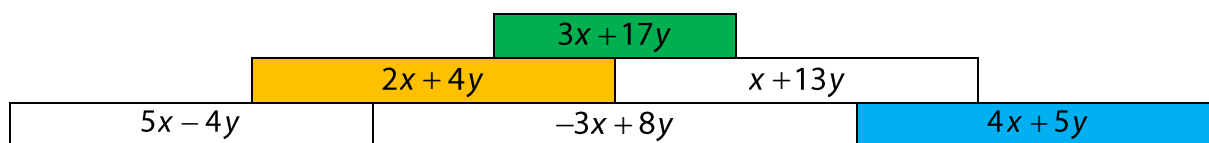
2. par:

vsota: $-12ab^2$, razlika: $-6ab^2$, produkt: $27a^2b^4$, količnik: 3 .

2.

	$9y^3 - 5x^2$	$\frac{4}{5}x^3y^2$
a) $x = 5, y = 2$	-53	400
b) $x = -1, y = 1$	4	$-\frac{4}{5}$
c) $x = 2, y = -2$	-29	$6\frac{2}{5}$

3.



4.

a) $6x + 7y + 6$

b) $20a + 5b - 10$

c) $12x + 4y$

d) $4a^3 - 5a + 5b^2$

e) $-15x^2y^2 + 8x^2y - 22xy^2$

5.

a) $-66a^2b$

b) $3a^2b^3$

c) $-20x^4y^4$

c) $16x^6y^8$

č) $-2a^5b^7$

d) $-\frac{27}{8}c^7d^5$

6.

a) $-\frac{25d^5}{216c}$

b) $\frac{m^3n}{2}$

7.

a) $21x - 28y + 14z$
 b) $30a^2 - 45a^2b + 60a$

c) $-24c^2d^3 + 60c^2d^5 + 120c^3d^4$
 č) $36a^4b - 63a^3b^2c + 27ab^5d$

8.

a) $12(x + y)$
 b) $-7(5a - b)$
 c) $c(5 - 11d)$
 č) $9a(2b^2 - 3)$

d) $4xy(2x - 1 + 4x^2y^6)$
 e) $8ab(2b^2 - 4ab^3 + 1)$
 f) $-(9x^2 + 7xy - 11y^2)$
 g) $(a - b)(2a - 3b)$

9.

a) $24a - 21b = 3(8a - 7b)$
 b) $x^2 + xy + 7x = x(x + y + 7)$
 c) $6c^2 - 14cd - 2d^2 = 2(3c^2 - 7cd - d^2)$

10.

a) $-24a^3b^4$; 384
 b) $22c^2d + 10cd$; 24
 c) $10x^2 + 12xy + 7y^2$; 23

11.

$x + 5$

Misija v neznano

$3a^2 - 6a$

Množenje veččlenika z enočlenikom

Ponovimo

1.

$$7y^3 - 21y^2 + 7y$$

množenje enočlenika z veččlenikom

12.

a) $-48x^2y + 40xy^2 - 24xy$

b) $-6a^2d + 22abd - 8ad^2$

c) $30x^3 - 60x^2y - 90xy$

13.

a) $(4a - 7b - 2d) \cdot [8a] = 32a^2 - 56a[b] - [16ad]$

b) $(11x^3y^2 - 8x^2y - 5xy) \cdot ([-4y]) = -44x^3y^3 + [32x^2y^2] + [20]x[y^2]$

c) $-6ab(9a - [4]ac + 11[c]) = -54[a^2b] + 24a^2bc - [66abc]$

14.

a) $([6]x^4y^3 - [8]x^2y^2 + [4]xy) \cdot 12xy = 72x^5y^4 - 96x^3y^3 + 48x^2y^2$

b) $([18]x^3y^2 - [24]x^1y^1 + [12]) \cdot 4x^2y^2 = 72x^5y^4 - 96x^3y^3 + 48x^2y^2$

c) $([3]x^3y^2 - [4]x^1y^1 + [2]x^0y^0) \cdot [24]x^2y^2 = 72x^5y^4 - 96x^3y^3 + 48x^2y^2$

15.

·	$-3xy$	$\frac{1}{2}y^2$
$(8y - 2)$	$-24xy^2 + 6xy$	$4y^3 - y^2$
$(4x^2 - 6y^2 - 8)$	$-12x^3y + 18xy^3 + 24xy$	$2x^2y^2 - 3y^4 - 4y^2$
$(-12x^2y + 14xy - 10xy^2)$	$36x^3y^2 - 42x^2y^2 + 30x^2y^3$	$-6x^2y^3 + 7xy^3 - 5xy^4$

16.

a) $6c^2d + 36cd + 33cd^2 = 3cd(2c + 12 + 11d)$

b) $-3ab + 9ac - 11ad + 28bd - 77cd$

c) $-3x^2 + 36xy - 34x = -x(3x - 36y + 34)$

17.

$$4a \cdot (a + 3b + c) = 4a^2 + 12ab + 4ac$$

18.

a) $-58y^2 + 21xy - 23y$

b) $2a^2 - 7ab - b^2$

c) $17c^5d^6 - 13c^3d^5 + 15c^3d^3 - 6c^2d^3 = c^2d^3(17c^3d^3 - 13cd^2 + 15c - 6)$

19.

a) $(8a + (-9b) + 6c) \cdot (-4) = -32a + 36b - 24c$

b) $(6a - 7c) \cdot 5a = 30a^2 - 35ac$

20.

a) $p = 9x^2 - 3x, o = 22x - 6$

b) $p = 12x^2 - 4x, o = 24x - 8$

21.

$3x^2 + x$

Misija v neznanu

Obrazec za izračun ploščine romba je $p = \frac{e \cdot f}{2}$. Zato je ploščina danega romba

$$p = \frac{(6x + 4) \cdot 9x}{2} = \frac{36x + 54x^2}{2} = \frac{54x^2 + 36x}{2}.$$

V števcu izpostavimo število 2 in dobimo $p = \frac{2(27x^2 + 18x)}{2} = 27x^2 + 18x$.

Ploščino romba lahko izračunamo tudi z obrazcem $p = a \cdot v_a$. Iz izraza $27x^2 + 18x$ izpostavimo višino $3x$ in dobimo $27x^2 + 18x = 3x(9x + 6)$. Zato meri stranica romba $(9x + 6)$.

Množenje dvočlenika z dvočlenikom

Ponovimo

1.

$$p = ab + 6b$$

22.

a) $a^2 + 6a + 5$

b) $a^2 - 4a - 12$

c) $-y^2 + 8y + 9$

č) $6a^2 + 11a - 72$

d) $15b^2 - b - 28$

e) $-6x^2 + 53x - 40$

f) $5a^2 - 19ab + 18b^2$

g) $16x^2 - 51xy + 9y^2$

h) $3x^3 + 13x^2 + 4x$

i) $x^5 - x^3y^2 + x^2y^3 - y^5$

23.

a) Pravilno.

b) Nepravilno; $4a^2 - 33a - 27$

c) Nepravilno; $3b^2 + 28b - 55$

č) Nepravilno; $3b^2 - 28b - 55$

d) Pravilno

24.

a) $12x^3 + 5x^2 + 14x - 4$

b) $36x^3 + 24x^3y + 30x^3y^3 - 12x^2 - 8x^2y - 10x^2y^3 - 10y^3 - 8y - 12$

c) $5y^3 - 19y^2 + 68y - 90$

č) $24c^4d^2 - 14c^3d^2 - 24c^2d^2 + 16c^2d + 12cd$

25.

Anže

1. N

2. N

3. P

Lara

1. P

2. N

3. P

Drugi primer ni rešen pravilno, pravilna rešitev je $(6 - 3y)(y + 6) = -3y^2 - 12y + 36$.

26.

a) $2y^2 - 7y - 15$

c) $2y^2 - 65y + 462$

b) $3x^2 - 23\frac{7}{8}x - 1$

č) $8a^2 + 7a + 11ab - 7b - 10b^2 - 1$

27.

a) $5a^2 + 7ab + 5b^2$

b) $a^2 + 6a - 30$

c) $-12x^2 + 55xy - 54y^2$

č) $8x^2 + 6xy - 3y^2$

28.

a) $-27x^2 + 23x - 8; -162$

b) $2a^2 - 41a + 42; -63$

c) $-16x^2 + 35xy - 15y^2; -146$

29.

a) $(7x + 9y)(7x - 9y) + 5y(6y - 2x) = 49x^2 - 10xy - 51y^2$

b) $(6x^2 - 5x - 8)(11x + 2) - 3(8x^3 - 3x^2 - 5x) = 42x^3 - 34x^2 - 83x - 16$

c) $(5x^2 - 18xy + 4y^2) - (15x - 7y)(2y + 4x) = -55x^2 - 20xy + 18y^2$

30.

$$p = \frac{x^2 - x - 20}{2}$$

31.a)
dolžina: $(x + 5)$ eširina: $(x - 3)$ e

b)

obseg: $(4x + 4)$ eploščina: $(x^2 + 2x - 15)$ e²**32.**

$$p = 7x^2 + 14xy + 2y^2$$

33.

$$y = 2 \text{ in } y = 5\frac{2}{3}$$

Misija v neznano

$$7x^2 - 6x - 9$$

Kvadrat dvočlenika

Ponovimo

1.

$$x^2 + 200x + 10000$$

Operacijo lahko imenujemo množenje dvočlenika z dvočlenikom ali kvadriranje dvočlenika.

34.

$$a) (x + 9)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 9 + 9^2 = x^2 + 18x + 81$$

$$b) (2 + a)^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot a + a^2 = 4 + 4a + a^2$$

$$c) (x - 1)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot (-1) + (-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$č) (y + 12)^2 = y^2 + 2 \cdot y \cdot 12 + 12^2 = y^2 + 24y + 144$$

$$d) (b - 5)^2 = b^2 + 2 \cdot b \cdot (-5) + (-5)^2 = b^2 - 10b + 25$$

$$e) (e - f)^2 = e^2 - 2 \cdot e \cdot f + f^2 = e^2 - 2ef + f^2$$

35.

$$a) (a + 10)^2 = a^2 + \boxed{20}a + 100$$

$$c) (\boxed{15}y - 4x)^2 = 225\boxed{y^2} - \boxed{120}xy + 16x^2$$

$$b) (2x - \boxed{5})^2 = \boxed{4x^2} - 20x + 25$$

$$č) (\boxed{19c} + 2\boxed{d})^2 = 361c^2 + \boxed{76}cd + \boxed{4}d^2$$

36.

A1, A3, B4, C1, C3

37.

$$a) N, (a - 15)^2 = a^2 - 30a + 225$$

b) P

$$c) N, (7c + 5d)^2 = 49c^2 + 70cd + 25d^2$$

$$č) N, (-12x - 10y)^2 = 144x^2 + 240xy + 100y^2$$

38.

$$a) (7 + x)^2 = 49 + 14x + x^2 = x^2 + 14x + 49 \text{ ali } (x + 7)^2 = x^2 + 14x + 49$$

$$b) (y + 11)^2 = y^2 + 22y + 121 \text{ ali } (11 + y)^2 = y^2 + 22y + 121$$

$$c) (x + 15)^2 = x^2 + 30x + 225 \text{ ali } (15 + x)^2 = x^2 + 30x + 225$$

39.

$$a) (9 + x)^2 = 81 + 18x + x^2 = x^2 + 18x + 81$$

$$b) (7x)^2 + (-3y)^2 = 49x^2 + 9y^2$$

$$c) (a - (-5))^2 = (a + 5)^2 = a^2 + 10a + 25$$

$$č) (11b)^2 - (-12a)^2 = 121b^2 - 144a^2 = -144a^2 + 121b^2$$

40.

a) $9x^2 + 3x + \frac{1}{4}$

č) $9a^2 - 12a + 4$

b) $\frac{4}{25}a^2 - 8a + 100$

d) $2,25x^2 - 9xy + 9y^2$

c) $\frac{16}{9}y^2 - 3yz + \frac{81}{64}z^2$

e) $0,01y^4 - y^2z^2 + 25z^4$

41.

	$(a+b)^2$	$a^2 + b^2$	$a^2 + 2ab + b^2$
a)	100	52	100
b)	400	298	400
c)	36	68	36
d)	25	17	25

Vrednosti prvega in zadnjega izraza so vedno enake (prvi in zadnji stolpec), ker sta izraza enakovredna.

42.

	$(a-b)^2$	$a^2 - b^2$	$a^2 - 2ab + b^2$	$a^2 + 2ab - b^2$
a)	25	35	25	47
b)	4	16	4	46
c)	9	-3	9	-7
č)	16	24	16	34

Vrednosti prvega in tretjega izraza so vedno enake (prvi in tretji stolpec), ker sta izraza enakovredna.

43.

a) $(x-6)^2 + (x+4)^2 = 2x^2 - 4x + 52$

b) $(y-8)^2 - (y+8)^2 = -32y$

c) $3(x-5)^2 - 2(x-3)^2 = x^2 - 18x + 57$

44.

a) $9y^2 - 6y + 1$

d) $5x^2 - x + 37$

b) $5x^2 + 6x + 18$

e) $23a^2 - 42a + 35$

c) $7a^2 - 28a + 28 = 7(a^2 - 4a + 4)$

f) $12x^2 - 40x - 200 = 4(3x^2 - 10x - 50)$

č) $3y^2 + 24y - 120 = 3(y^2 + 8y - 40)$

45.

a) $4y^2 - 7y + 34$; 64

č) $7a^2 - 35ab - 20ac + 24b^2 - 21bc$; -29

b) $x^2 + 38x - 17$; -122

d) $-2x^2 - 11xy + 50y^2 = 0,55$

c) $8a^2 - 20ab + 30b^2$; 22

46.

a) $12 + 2\sqrt{12 \cdot 3} + 3 = 27$

č) $48 - 2\sqrt{48 \cdot 3} + 3 = 27$

b) $8 - 2\sqrt{8 \cdot 2} + 2 = 2$

d) $13 + 4\sqrt{10}$

c) $32 - 2\sqrt{32 \cdot 2} + 2 = 18$

e) $12 - 8\sqrt{2}$

47.

$$p = 2(x+1)^2 + (2x+4)^2 = 6x^2 + 20x + 18 = 2(3x^2 + 10x + 9)$$

48.

$$57^2 = (50 + 7)^2 = 50^2 + 2 \cdot 50 \cdot 7 + 7^2 = 2500 + 700 + 49 = 3249$$

$$68^2 = (70 - 2)^2 = 70^2 - 2 \cdot 70 \cdot 2 + 2^2 = 4900 - 280 + 4 = 4624$$

$$73^2 = (70 + 3)^2 = 70^2 + 2 \cdot 70 \cdot 3 + 3^2 = 4900 + 420 + 9 = 5329$$

$$76^2 = (70 + 6)^2 = 70^2 + 2 \cdot 70 \cdot 6 + 6^2 = 4900 + 840 + 36 = 5776$$

$$88^2 = (90 - 2)^2 = 90^2 - 2 \cdot 90 \cdot 2 + 2^2 = 8100 - 360 + 4 = 9604$$

49.

a) Na 5. sliki bi bilo 41 pik in na 6. sliki bi bilo 55 pik.

b) Izraz $(n+1)^2 + n = n^2 + 3n + 1$

Misija v neznano

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = x^2 + 2xy + 2xz + y^2 + 2yz + z^2$$

Tričlenik kvadriramo tako, da zapišemo vsoto:

- kvadrat vsakega člena posebej,
- dvakratnika produkta prvega in drugega člena,
- dvakratnika produkta prvega in tretjega člena,
- dvakratnika produkta drugega in tretjega člena.

Produkt vsote in razlike dveh enakih členov

Ponovimo

1.

$$(x+6)^2 = x^2 + 12x + 36 \text{ – kvadrat vsote dvočlenika}$$

$$(x-6)^2 = x^2 - 12x + 36 \text{ – kvadrat razlike dvočlenika}$$

$$(x+6)(x-6) = x^2 - 36 \text{ – produkt vsote in razlike dveh enakih členov}$$

50.

a) $x^2 - 16$

č) $9x^2 - 49$

f) $144 - b^2$

b) $a^2 - 121$

d) $64x^2 - 289y^2$

g) $x^2 - \frac{4}{25}$

c) $225 - b^2$

e) $a^2 - 64$

h) $\frac{25}{36}a^2 - 64b^2$

51.

a) $4a^2 - 48a + 144$

d) $4a^2 - 144$

b) $81 - 180b + 100b^2$

e) $81 - 100b^2$

c) $36x^2 - 84x + 49$

f) $400x^4 - 36y^4$

č) $400x^4 - 240x^2y^2 + 36y^4$

g) $225x^6 - 16y^{10}$

52.

a) Nepravilno; $169 - y^2$

b) Nepravilno; $a^2b^2 - 100$

c) Pravilno.

č) Nepravilno; $\frac{9}{25}x^2 - y^2$

d) Nepravilno; $361a^6 - 81c^2d^4$

e) Pravilno.

53.

a) $(7+3a)(7-3a) = 49 - 9a^2$

b) $(-4x + (-8y))(-4x - (-8y)) = 16x^2 - 64y^2$

c) $(6x + 5y)^2 = 36x^2 + 60xy + 25y^2$

č) $(11a - 9b)^2 = 121a^2 - 198ab + 81b^2$

54.

a) 11

b) 10

c) 20

č) 1000

55.

a) $2a^2 - 18a = 2a(a - 9)$

b) $2x^2 - 8x - 148 = 2(x^2 - 4x - 74)$

c) $6y^2 - 48y + 20 = 2(3y^2 - 24y + 10)$

č) $20x^2 + 16y^2 = 4(5x^2 + 4y^2)$

56.

a) $-3a^2 - 9a + 18$; 24

b) $-2y^2 + 9y - 197$; -242

c) $7x^2 - 45xy$; -62

č) $-9abc - 4c^2$; -76

57.

a) Na 4. sliki bo 42 paličic.

b) Število rdečih paličic določimo z izrazom $2(n + 1)$.c) Število črnih paličic določimo z izrazom $2n^2$.**Misija v neznano**

$$(5x - 6y)^2 \cdot (5x + 6y)^2 = ((5x - 6y)(5x + 6y))^2 = (25x^2 - 36y^2)^2 = 625x^4 - 1800x^2y^2 + 1296y^4$$

Ko zapišeš zahtevan izraz, vidiš, da imata oba dela izraza enaki stopnji potenc, zato ju lahko po pravilu množenja potenc z enakima stopnjama, množiš. Iz tega razloga lahko uporabiš obrat pravila za razliko kvadratov.

Razstavljanje izrazov

Ponovimo

1.

a) $8(2a - b)$

b) $5x(7 - 4y)$

58.

a) $9(2x - xy - 1)$

c) $8abc(2 - 6b + 3ac)$

b) $5xy(5x + 6y - 9)$

č) $(a - 8)(12a + 5b)$

59.

a) $(a - 6)(a + 6)$

c) $(2y - 5)(2y + 5)$

d) $(y - \sqrt{30})(y + \sqrt{30})$

b) $(x - 14)(x + 14)$

č) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$

60.

a) $(a + 6)^2$

b) $(x - 10)^2$

c) $(6y - 5x)^2$

č) $(x + 12)^2$

d) $(x - 25)^2$

61.

a) $(x - 20)(x + 20)$

č) $(x + 7)^2$

b) $18x(x - 1)$

d) $(8y - 1)^2$

c) $(12 + b)(12 - b)$

e) $(12x - 18y)(12x + 18y)$

62.

a) $7a^2b^2c(2b - 4abc + 7c)$

b) $-(44x - 35y + 6z)$

c) $3(2x^2 + y^2)$

63.

a) $(30z + 16)(30z - 16)$

b) $(7a + 9b)(7a - 9b)$

c) $(x^2 + 13y)(x^2 - 13y)$

č) $(1 - 4x^2)(1 + 4x^2) = (1 - 2x)(1 + 2x)(1 + 4x^2)$

d) $(9a^2 - 16b^2)(9a^2 + 16b^2) = (3a + 4b)(3a - 4b)(9a^2 + 16b^2)$

e) $(16c^2 - 9d^2)(16c^2 + 9d^2) = (4c - 3d)(4c + 3d)(16c^2 + 9d^2)$

64.

a) $a_1 = 30, a_2 = -30$

b) $b_1 = 15, b_2 = -15$

c) $x = 1$

č) $c_1 = \sqrt{6}, c_2 = -\sqrt{6}$

65.

a) $\left(x + \frac{3}{5}\right)\left(x - \frac{3}{5}\right)$

b) $\left(\frac{8}{11}y + \frac{13}{14}\right)\left(\frac{8}{11}y - \frac{13}{14}\right)$

c) $(1,6a - 0,19b)(1,6a + 0,19b)$

č) $(y - \sqrt{7})(y + \sqrt{7})$

d) $(\sqrt{6}y + \sqrt{5}x)(\sqrt{6}y - \sqrt{5}x)$

e) $3(4a^2 - 9b^2) = 3(2a - 3b)(2a + 3b)$

66.

a) $7(2ab - 1)$

b) $17a - 12$

c) $18x^2 - 45x$

č) $(12x - 17y)(12x + 17y)$

d) $a^2 - 2a + 1$

e) $(x + 8)^2$

f) $(x - 11)^2$

g) $(2y + x)^2$

67.

a) $2(100 - a^2) = 2(10 - a)(10 + a)$

b) $14b(b^2 - 1) = 14b(b - 1)(b + 1)$

c) $(11y - 3)^2$

č) $5(x^2 - 4x + 4) = 5(x - 2)^2$

d) $4(25c^2 - 1) = 4(5c - 1)(5c + 1)$

e) $7(25x^2 - 30x + 9) = 7(5x - 3)^2$

f) $(b^6 - c^4)(b^6 + c^4)$

g) $(4x^{10} - 5y^7)^2$

68.

a) $6x + 6 = 6(x + 1)$

b) $2(x^2 + 6x + 9) = 2(x + 3)^2$

c) $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

d) $3x^2 - 12x + 12 = 3(x^2 - 4x + 4) = 3(x - 2)^2$

69.

a) $\frac{9(x-2)}{9} = x - 2$

b) $\frac{4(3a-2)}{8} = \frac{3a-2}{2}$

c) $\frac{3(x^2-2)}{15} = \frac{x^2-2}{5} = \frac{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{5}$

č) $\frac{4(x^2-3)}{4} = x^2 - 3 = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$

70.

a) Na petdeseti sliki bo 50 trikotnikov.

b) Na petdeseti sliki bo 151 točk.

c) $3n + 1$

71.

$$\begin{aligned} \text{a)} \\ o &= 10x + 8 \\ o &= 2(5x + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= 2(x - 2)(2x + 3) \\ p &= 4x^2 - 2x - 12 \\ p &= 2(2x^2 - x - 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \\ o &= 8x - 2 \\ o &= 2(4x - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= (x - 2)^2 + (2x + 3)(x - 2) \\ p &= 3x^2 - 5x - 2 \end{aligned}$$

Misija v neznano

Dani izraz lahko razstavimo glede na znana pravila. Dobimo

$$512x^4 - 2y^4 = 2(256x^4 - y^4) = 2(16x^2 + y^2)(16x^2 - y^2) = 2(16x^2 + y^2)(4x - y)(4x + y).$$

Delitelji izraza so: 1, $512x^4 - 2y^4$, 2, $(256x^4 - y^4)$, $(16x^2 + y^2)$, $(16x^2 - y^2)$, $(4x - y)$ in $(4x + y)$.

Algebrski ulomki

Ponovimo

1.

a) $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}, \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}, \frac{5}{6} = \frac{20}{24}, \frac{7}{8} = \frac{21}{24}$

72.

B, C, Č, E

73.

a) -2

b) $\frac{3}{8}$

c) $\frac{3}{8}$

74.

a) $\frac{5x}{8y} = \frac{5x \cdot 3}{8y \cdot 3} = \frac{15x}{24y}$ 3

b) $\frac{5a}{6b} = \frac{5a \cdot 7c}{6b \cdot 7c} = \frac{35ac}{42bc}$ 7c

c) $\frac{3}{4x} = \frac{3(x+1)}{4x(x+1)} = \frac{3x+3}{4x^2+4x}$ x+1

75.

a) c = 0

b) c = -3

c) c = 7

č) c = 0 in c = 6

d) c = 2 in c = -8

e) c = 5 in c = -5

f) Algebrski ulomek je definiran za vse vrednosti spremenljivke c ($c \in \mathbb{R}$).

g) c = 0

76.

a) $\frac{6abc}{8abcd}$

b) $\frac{30bc}{40bcd}$

c) $\frac{3bc}{4bcd}$

č) $\frac{15}{20d}$

d) $\frac{3}{4d}$

Pri d) primeru.

77.

a) $\frac{3}{5a}$

b) $\frac{2}{3b}$

c) $\frac{a}{2b^2}$

č) $\frac{6}{x+2}$

78.

a) $\frac{14a}{7a+42}$

b) $\frac{2a^2}{a^2+6a}$

c) $\frac{10a^2}{5a^2+30a}$

č) $\frac{2a^2-12a}{a^2-36}$

79.

Za $b = 5$ je vrednost imenovalca enaka 0, kar pomeni, da ulomek ni definiran.

80.

a) $\frac{3a}{ab}$ in $\frac{9b}{ab}$

b) $\frac{8d}{2cd}$ in $\frac{11c}{2cd}$

c) $\frac{15a^2}{10ab}$ in $\frac{16b^2}{10ab}$

č) $\frac{5a+15}{2a(a+3)} = \frac{5a+15}{2a^2+6a}$ in $\frac{2a}{2a(a+3)} = \frac{2a}{2a^2+6a}$

81.

a) $\frac{a+6}{a-5}$

b) $\frac{9}{5a}$

c) $\frac{7a}{a^2-1}$

č) $\frac{7a}{a^2-1}$

d) $\frac{3b}{a-4}$

82.

$$\frac{5}{2b} = \frac{15c}{6bc} \text{ in } \frac{9}{3c} = \frac{18b}{6bc}$$

Oba razširjena algebrska ulomka imata enak imenovalac ($6bc$). Ulomka si razširil na skupni imenovalac.

83.

Ulomek $\frac{5}{2a-8}$ za vrednost spremenljivke $a = 4$ ni definiran.

84.

a) $\frac{2x}{5}$

b) $\frac{(y-4)(y+4)}{(y-4)^2} = \frac{y+4}{y-4}$

85.

a) $\frac{3a-3}{6(a+2)}$ in $\frac{2a+6}{6(a+2)}$

b) $\frac{7x-7}{(x+5)(x-1)}$ in $\frac{8x+40}{(x+5)(x-1)}$

c) $\frac{x+1}{(x-3)^2}$ in $\frac{4x^2-12x}{(x-3)^2}$

Misija v neznano

$$\frac{2(x^2+1)}{x^2-1} = \frac{2(x^2+1)}{(x-1)(x+1)} = -3\frac{1}{3}$$

Računanje z algebrskimi ulomki

Ponovimo

1.

Vsota $\frac{4}{5} + \frac{2}{3} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$ in razlika $\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$

2.

Produkt $\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{5} = 1$ in količnik $\frac{5}{8} : \frac{8}{5} = \frac{25}{64}$

86.

a) $\frac{15a}{c}$

b) $\frac{2b}{c}$

c) $\frac{14}{15y^3}$

č) $\frac{10}{39xy}$

87.

a) $\frac{12ac + 7ab}{bc}$

b) $\frac{15b - 8a}{6b^2}$

c) $\frac{5}{2x}$

č) $\frac{3x^2}{4y^2}$

88.

a) $\frac{3a + 8}{a}$

b) $\frac{8a + 7b}{ab}$

c) $\frac{31}{6a}$

č) $\frac{8a^2 + 5b^2}{20ab}$

89.

a) $\frac{2}{a}$

b) $\frac{-9a + 6b}{ab}$

c) $\frac{49a - 12b}{14a^2b^2}$

č) $\frac{3a - 4b}{4b}$

90.

a) $\frac{2}{3a^2}$

b) $\frac{15}{28}$

c) $\frac{12b}{13}$

č) $\frac{x + 2}{2}$

91.

a) $\frac{2a^3b}{3}$

b) $\frac{14z}{15x^2y}$

c) $\frac{1}{2x}$

č) $\frac{1}{x}$

92.

a) $\frac{3y^2}{10x}$

b) $\frac{x}{x+1}$

93.

a) $\frac{4y^2 + 6x - 7}{8xy}$

b) $\frac{2x^2 - xy + 3y^2}{36x^2y^2}$

94.

$$a) \frac{2a}{3a-b} + \frac{4b}{a+2b} = \frac{2a^2 + 16ab - 4b^2}{(3a-b)(a+2b)}$$

b) Ker je vrednost imenovalca $(3a-b)(a+2b)$ za $a=2$ in $b=-1$ enaka 0, vsota danih ulomkov ni definirana za $a=2$ in $b=-1$.

95.

$$a) \frac{4a^2 - 13}{6(a-2)(a+1)}$$

$$b) \frac{a^2 - 27a + 60}{10a(4-a)}$$

$$c) \frac{a-6}{2}$$

$$č) \frac{(b+4)(b-3)}{4b(b-4)}$$

Misija v neznano

$$\frac{5(x^2 + 2x + 5)}{2(x^2 - 25)} = -1\frac{1}{4}$$

Vaja dela mojstra

96.

a) $(6x^2 - 7x + 11) \cdot 6xy = \boxed{36}x^3y - \boxed{42}x^2y + \boxed{66}xy$

b) $-9ab(\boxed{-7}ac + 8\boxed{bc} - 6ac) = 63a^2bc - 72ab^2c + \boxed{54}a^2bc$

c) Več možnih rešitev. Na primer: $\frac{\boxed{2}}{5}c^4d^2 \left(-\frac{\boxed{15}}{28}c^{\boxed{2}}d^{\boxed{2}} \right) = -\frac{3}{14}c^6d^4$.

97.

a) $-x^2 + 16x - 55$

c) $2x^2 + 8x - 8xy + 6y^2 - 8y$

b) $6x^2 + 29x - 120$

č) $\frac{9}{100}x^2 - \frac{25}{81}y^2$

98.

a) $49x^2 - 56x + 16$

c) $25y^2 + 120xy + 144x^2 = 144x^2 + 120xy + 25y^2$

b) $4x^2 + 36x + 81$

č) $196b^2 - 84ab + 9a^2 = 9a^2 - 84ab + 196b^2$

99.

a) $64 - 9y^2 = -9y^2 + 64$

b) $0,04x^2 - 2,89y^2$

c) $\frac{36}{169}y^2 - 25$

100.

a) $(12x - 15y)(12x + 15y)$

c) $(18x - 2)^2$

b) $2x(16y^2 - 9) = 2x(4y - 3)(4y + 3)$

č) $5(y^2 - 100) = 5(y - 10)(y + 10)$

101.

a) $(\boxed{a} - 7)(\boxed{a} + \boxed{7}) = \boxed{a^2} - 49$

b) $(\boxed{x^2} + 15)(\boxed{x^2} - \boxed{15}) = \boxed{x^4} - \boxed{225}$

c) $(\boxed{x^4}y^{\boxed{4}} - \boxed{2})(\boxed{x^4}y^{\boxed{4}} + \boxed{2}) = \boxed{x^8}y^{\boxed{8}} - 4$

č) $(\boxed{10c} + \boxed{14d})(\boxed{10c} - \boxed{14d}) = \boxed{100c^2} - \boxed{196d^2}$

102.

a) Kvadrat dvočlenika, $361x^2 - 38x + 1$

b) Produkt vsote in razlike dveh enakih členov, $81m^2 - 16u^2$

c) Produkt dvočlenikov, $60c^2 + 108cd - 24d^2$

č) Produkt veččlenika z enočlenikom, $-48ac + 8bc - 20c$

103.

a) $x^2 - 3x - 40$

b) $12a^2 - 51a + 32$

c) $-a^2 + 22ab - 13b^2$

č) $60x^2y^2 + 7xyz - 22z^2$

104.

a) $x^2 - 4x - 14$

b) $98a^2 - 21a = 7a(14a - 3)$

c) $9b^2 + 33bc - 18c^2 = 3(3b^2 + 11bc - 6c^2)$

105.

a) $(-6x)^2 - (5y)^2 + (7x + 4y)(7x - 4y) = 85x^2 - 41y^2$

b) $((14a + 9) + (19a - 4)) - ((21a - 8) - (11a + 5)) = 23a + 18$

c) $(14x + 17y)^2 - (14x - 17y)^2 = 952xy$

106.

$$\frac{(b+5)^2}{(b-5)(b+5)} = \frac{b+5}{b-5}$$

107.

a) $\frac{4b}{5a}$

b) $\frac{-4a + 3b}{6ab}$

c) $\frac{3a^2c}{4b^2}$

č) $\frac{2b^2c}{3}$

108.

a) $60c^2 - 21c - 18; 180$

b) $-20x^2 + 41xy - 6y^2; 60$

c) $-4x + 21; 1$

109.

a) $\frac{30a}{60b}$

b) $\frac{6ab}{12b^2}$

c) $\frac{6ab - 18a}{12b \cdot (b - 3)}$

č) $\frac{3a}{6b}$

d) $\frac{a}{2b}$

110.

a) Pravilno.

b) Pravilno.

c) Nepravilno; $16y(y - 16xy - x^2) = 16y^2 - 256xy^2 - 16x^2y$

č) Nepravilno; $(16y - 4)(16y + 4) = 256y^2 - 16$

111.

a) $\frac{6(x-1)}{(x-1)} = 6$

b) $\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} = x+2$

c) $\frac{(x-7)^2}{3(x-7)} = \frac{x-7}{3}$

č) $\frac{(x+10)^2}{(x-10)(x+10)} = \frac{x+10}{x-10}$

112.

a) -36

b) 0

c) 72

113.

a) $x_1 = 9, x_2 = -9$

b) $z_1 = 6$ ali $z_2 = -6$

c) $y = \frac{1}{4}$

č) ni rešitve

114.

$$p = 2 \cdot (2x \cdot x) + 2 \cdot (4x \cdot x) + 8x \cdot x$$

$$p = 20x^2$$

Preveri svoje znanje

Ali veš?

- Veččlenik pomnožimo z enočlenikom tako, da vsak člen veččlenika pomnožimo z enočlenikom. Dobljene produkte uredimo.
Dvočlenik pomnožimo z dvočlenikom tako, da vsak člen prvega dvočlenika pomnožimo z vsakim členom drugega dvočlenika. Delne produkte uredimo, podobne enočlenike seštejemo.
- Produkt vsote in razlike dveh enakih členov je enak razliki kvadratov teh dveh členov.
- Dvočlenik kvadriramo tako, da:
 - kvadriramo prvi člen,
 - izračunamo dvakratnik produkta prvega in drugega člena ter
 - kvadriramo drugi člen.
- Izraza sta ekvivalentna ali enakovredna, če se razlikujeta le v obliki zapisa in ju lahko preoblikujemo v enak zapis.
- Izraz razstavimo (faktoriziramo) tako, da ga zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev.

Preveri, ali znaš

1.

a) $30x^2 - 8xy + 6x$

c) $x^2 - 5x - 14$

b) $-3x^3 - 9x^2 + 15x$

č) $24x^3 - 32x^2y - 9xy + 12y^2$

2.

a) $x^2 - 121$

b) $4a^2 - 225$

c) $x^2 - \frac{9}{25}$

č) $y^6 - 49y^4$

3.

a) $a^2 + 28a + 196$

b) $36a^2 - 24a + 4$

c) $x^2 - 3x + \frac{9}{4}$

č) $16y^2 - 7yz + \frac{49}{64}z^2$

4.

a) $2a^2 + 2a + 41$; 53

c) $22x + 242$; 220

b) $-8x^2 + 67x - 77$; 25

č) $-a^2 + 64a - 448$; -324

5.

a) 18 stolov.

b) $2n + 2$

6.

a) $9x^2(2 - x)$

b) $(a - 13)(a + 13)$

c) $(b - 20)^2$

č) $15(b - 2)(b + 2)$

7.

a) $\frac{16b^2}{32bc}$

b) $\frac{8b^2c}{16bc^2}$

c) $\frac{8b^2c + 16b^2}{8b^2 \cdot (c + 2)}$

č) $\frac{4b}{8c}$

d) $\frac{b}{2c}$

8.

a) $\frac{16a}{15b}$

b) $\frac{2c}{7d}$

c) $\frac{2e^3}{27f^3}$

č) $\frac{3g}{10}$

d) $\frac{6a - b^2}{4a^2b}$

2. ENAČBE

Linearna enačba in njena rešitev

Ponovimo

1.

$$x = 6$$

1.

C

2.

število	vrednost leve strani enačbe	vrednost desne strani enačbe	primerjava vrednosti
-1	-9	-1	$L \neq D$
1	-5	-1	$L \neq D$
3	-1	-1	$L = D$
5	3	-1	$L \neq D$

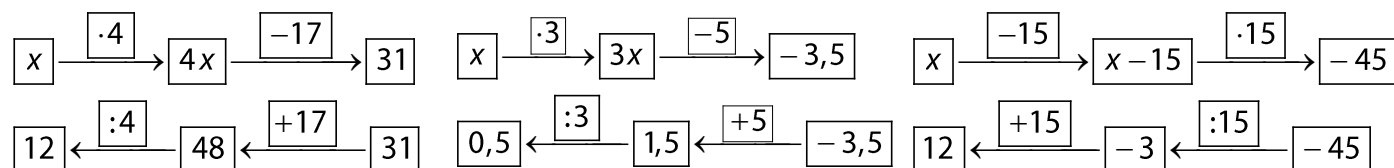
$$R = \{3\}$$

3.

A $4 \cdot x - 17 = 31$

B $3 \cdot x - 5 = -3,5$

C $(x - 15) \cdot 15 = -45$



A, C

4.

a) $R = \{0\}$

b) $R = \{ \}$

c) $R = \{ \}$

č) $R = \{0\}$

5.

a) Ne, ni zapisana pravilna množica rešitev, saj je po vstavljanju vrednost levega izraza 23, vrednost desnega izraza pa 0.

b) Da, zapisana je pravilna množica rešitev, saj je po vstavljanju vrednost levega izraza enaka vrednosti desnega izraza (17).

c) Da, zapisana je pravilna množica rešitev, saj je po vstavljanju vrednost levega izraza enaka vrednosti desnega izraza (-1 in $-\frac{9}{16} = -0,5625$).

č) Ne, ni zapisana pravilna množica rešitev, saj je po vstavljanju vrednost levega izraza 0, vrednost desnega izraza pa 144.

6.

Več možnih rešitev. Primeri rešitev:

a) $25 : x = 5$

c) $x \cdot 5 = 2$

d) $2 \cdot x + 2 = 2 \cdot (x + 1)$

b) $x + 9 = 1$

č) $x - 2 = 2,1$

e) $0 \cdot x = 4$

7.

a) 6

b) 2,5

c) 4

č) 13

d) 3

8.Neznana dolžina x je 4 e.**Misija v neznano**

a) $a = 6$

b) $a = 3$

Ekvivalentno preoblikovanje

Ponovimo

1.

Korenjenje/potenciranje, množenje/deljenje, seštevanje/odštevanje.

9.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 2x + 1 &= 7 & / -1 \\ 2x &= 6 & / :2 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 2x + 3 &= x + 5 & / -3 \\ 2x &= x + 2 & / -x \\ x &= 2 \end{aligned}$$

10.

$$\text{a)} R = \{2\}$$

$$\text{b)} R = \{1\}$$

11.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad x + 2 - 4x &= 10 - 5x \\ -3x + 2 &= 10 - 5x & / -2 \\ -3x + 2 - 2 &= 10 - 5x - 2 \\ -3x &= 8 - 5x & / +5x \\ -3x + 5x &= 8 - 5x + 5x \\ 2x &= 8 & / :2 \\ x &= 4 \\ R &= \{4\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 5x - 4 + 6x &= 7 + 8x - 2 \\ 11x - 4 &= 5 + 8x & / +4 \\ 11x &= 9 + 8x & / -8x \\ 3x &= 9 & / :3 \\ x &= 3 \\ R &= \{3\} \end{aligned}$$

12.

C

13.

$$\begin{aligned} \text{a)} a &= 10 \\ \text{b)} b &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} c &= 14 \\ \text{č)} y &= 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} d &= 3 \\ \text{e)} e &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} f &= -6 \\ \text{g)} g &= 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h)} h &= 4 \\ \text{i)} i &= -2 \end{aligned}$$

14.

$$\begin{aligned} \text{a)} a &= 4 \\ \text{b)} b &= 8 \end{aligned}$$

c) V množici celih števil enačba ni rešljiva.

$$\text{č)} y = -13$$

d) Vsako število iz množice celih števil reši enačbo.

$$\text{e)} e = -1$$

15.

Trikotnik tehta 5 kg, kvadrat 2 kg in šestkotnik 4 kg.

16.

$$\text{a)} a = 2$$

$$\text{b)} a = 3$$

17.a) $b = 7$ b) Tak b ne obstaja.**Misija v neznanu** $x_1 = -6, x_2 = 16$

Enačbe z oklepaji

Ponovimo

1.

$$10x - 10$$

18.

a) $y = 2$

Preizkus:

Vrednost leve strani enačbe za $y = 2$.

$$L: 4 \cdot 2 - (10 - 2 \cdot 2) = 8 - 6 = 2$$

Vrednost desne strani enačbe za $y = 2$.

$$D: 8 - 3 \cdot 2 = 8 - 6 = 2$$

$$L = D$$

b) $x = 5$

Preizkus:

Vrednost leve strani enačbe za $x = 5$.

$$L: 4 \cdot (2 \cdot 5 + 3) - 10 \cdot 5 = 4 \cdot 13 - 50 = 52 - 50 = 2$$

Vrednost desne strani enačbe za $x = 5$.

$$D: 7 - 5 = 2$$

$$L = D$$

c) $x = 3$

Preizkus:

Vrednost leve strani enačbe za $x = 3$.

$$L: 3 - (3 \cdot 3 - 8) = 3 - (9 - 8) = 3 - 1 = 2$$

Vrednost desne strani enačbe za $x = 3$.

$$D: 4 \cdot 3 - 10 = 12 - 10 = 2$$

$$L = D$$

19.

a) $x = 10$

b) $x = 1$

c) $x = 8$

č) $x = 1\frac{1}{3}$

20.

a) $R = \{ \}$

b) $R = \{10\}$

c) $R = \{1\}$

č) $R = \{4\}$

21.

a) $x = \frac{1}{2}$

b) $x = 3$

c) $x = -6$

č) $x = 2$

d) $x = -1$

22.

a) $x = -4$

b) $x = -2$

23.

$$x_1 = 11, x_2 = -11$$

Misija v neznano

$$x = 1$$

Enačbe z ulomki

Ponovimo

1.

$$\frac{x}{2} + 1$$

24.

a) $x = 100$

b) $x = 20$

c) $x = 10$

$x = 24$

25.

a) $x = 27$

b) $x = 8$

c) $x = -40$

č) $x = -8$

26.

$x = 7$

Preizkus:

$$L: \frac{2 \cdot 7 + 1}{3} = \frac{14 + 1}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$$D: \frac{3 \cdot 7 - 1}{4} = \frac{21 - 1}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

$$L = D$$

27.

a) $x = -0,25$

b) $x = -0,6$

c) $x = 1,7$

č) $x = 22,5$

28.

a) $x = 1$

b) $x = 30$

c) $x = 12$

č) $x = -1,4$

29.

a) $x = -2$

c) $x = 9$

d) $x = 21$

f) $x = 3$

h) $x = 18$

b) $x = 22$

č) $x = 3$

e) $x = 5,4$

g) $x = 9$

i) $x = 5$

30.

a) $x = 4$

b) $x = 3$

c) $x = 2$

31.

a) $x = 1$

b) $x = 15$

c) $x = 2$

č) $x = 3\frac{4}{7}$

Misija v neznano

Vsakič dobimo isti rezultat, ker se v enačbi $\frac{(x+3) \cdot 2 + 10}{2} - x = 8$ odšteje spremenljivka x in tako ne vpliva na končni rezultat. Taka enačba je identična enačba.

Izražanje neznanih količin iz obrazcev

Ponovitev

1.

$$a = 7 \text{ cm}$$

32.

$$a) a = \frac{o}{4}$$

$$b) a = \frac{o - c}{2}$$

$$c) S = \frac{F}{p}$$

33.

$$a) b = \frac{o - a - c}{2}, \text{ enakokraki trapez}$$

$$č) v_a = \frac{p}{a}, \text{ romb}$$

$$b) c = \frac{o - 2a}{2}, \text{ deltoid}$$

$$d) b = \frac{2p}{a}, \text{ pravokotni trikotnik}$$

$$c) a = \frac{p}{b}, \text{ pravokotnik}$$

$$e) c = \frac{2p}{v} - a, \text{ trapez}$$

34.

B, C, Č

35.

$$a) b = \frac{o - 2a}{2}$$

$$c) m = \frac{2W_K}{v^2}$$

$$d) e = \frac{2p}{f}$$

$$f) s = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$b) a = \sqrt{\frac{pl}{4}}$$

$$č) v_a = \frac{2p}{a}$$

$$e) v_z = v_K - at$$

$$g) a = \frac{2 \cdot (s - v_z \cdot t)}{t^2}$$

36.

$$a) m = \frac{F \cdot t}{\Delta v}$$

$$b) t = \frac{m \cdot \Delta v}{F}$$

$$c) \Delta v = \frac{F \cdot t}{m}$$

37.

$$x = -72a$$

38.

$$a) p = 5x - 5$$

$$b) x = \frac{p + 5}{5}$$

$$c) 4 \text{ cm}$$

Misija v neznano

$$R^* = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

Uporaba enačb v besedilnih nalogah s števili

Ponovimo

1.

$$2x - (14 - 23) = x$$

39.

$$x - 46 = 56$$

Odšteti ga moramo od števila 102.

40.

$$7x = 84$$

To je število 12.

41.

$$\frac{x}{4} = 15$$

Števila 60.

42.

$$x + 17 = 2x - 8$$

To je število 25.

43.

$$x + \frac{x}{3} = 32$$

To je število 24.

44.

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 114$$

To so števila 37, 38 in 39.

45.

$$2x + (2x + 2) + (2x + 4) = 168$$

To so števila 54, 56 in 58.

46.

$$2x + 1 + (2x + 3) = 56$$

To sta števili 27 in 29.

47.

$$x + (x - 3) + (x + 5) + (x + x - 3) = 104$$

To so števila 21, 18, 26 in 39.

48.

$$x + 3x - (2x - 7) = 35$$

To je število 14.

49.

$$(4x + 3) \cdot 5 = -5$$

To je število -1.

50.

$$5x - 27 = 33$$

To je število 12.

51.

$$\frac{x}{2} + 4 = 26$$

To je število 44.

52.

$$(2x + 1) + (2x + 3) + (2x + 5) + (2x + 7) = 96$$

To so števila 21, 23, 25 in 27.

53.

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{6} + \frac{x}{9} = 19$$

To je število 36.

54.

a) Če vzamemo dve poljubni lihi števili (na primer $2x + 1$ in $2y + 1$) ter ju seštejemo, dobimo $2x + 2y + 2$. Ker je iz izraza mogoče izpostaviti število 2, je vsota deljiva s številom 2, torej je vsota sodo število.

b) Če vzamemo dve poljubni zaporedni števili, bo eno vedno sodo ($2n$) in eno liho ($2n + 1$). Ko ju seštejemo, dobimo $2n + 2n + 1 = 4n + 1$. Ker iz izraza ni mogoče izpostaviti števila 2, vsota zagotovo ni sodo, ampak je liha.

c) Če vzamemo tri poljubna zaporedna števila, se lahko zgodi dvoje. Lahko sta dve števili sodi in eno liho ali pa dve števili lihi in eno sodo.

- Če vzamemo, da sta dve števili sodi in eno liho (na primer $2n$, $2n + 1$ in $2n + 2$) ter jih seštejemo, dobimo $2n + (2n + 1) + (2n + 2) = 6n + 3$. Ker iz izraza ni mogoče izpostaviti števila 2, vsota zagotovo ni sodo, ampak je liha.
- Če vzamemo, da sta dve števili lihi in eno sodo (na primer $2n + 1$, $2n + 2$ in $2n + 3$) ter jih seštejemo, dobimo $(2n + 1) + (2n + 2) + (2n + 3) = 6n + 6$. Ker je iz izraza mogoče izpostaviti število 2, je vsota deljiva s številom 2, torej je vsota sodo število.

č) Če vzamemo dve poljubni lihi števil (na primer $2n - 1$ in $2n + 1$) ter ju zmnožimo, dobimo $(2n - 1)(2n + 1) = 4n^2 - 1$. Ker iz izraza ni mogoče izpostaviti števila 2, produkt zagotovo ni sodo število, ampak liho.

d) Če vzamemo poljubno sodo ($2n$) in poljubno liho število ($2n + 1$) ter ju zmnožimo, dobimo $2n(2n + 1) = 2n^2 + 2n$. Ker je iz izraza mogoče izpostaviti število 2, je produkt deljiv s številom 2, torej je produkt sodo število.

Misija v neznanu

To je število 18.

Uporaba enačb v besedilnih nalogah iz geometrije

Ponovimo

1.

V trikotniku je vsota velikosti notranjih kotov 180° , v štirikotniku pa 360° .

2.

$$\text{Trikotnik: } o = a + b + c, p = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2} = \frac{c \cdot v_c}{2}$$

$$\text{Kvadrat: } o = 4a, p = a^2$$

$$\text{Pravokotnik: } o = 2a + 2b, p = ab$$

$$\text{Romb: } o = 4a, p = \frac{e \cdot f}{2} = a \cdot v$$

$$\text{Paralelogram: } o = 2a + 2b, p = a \cdot v_a = b \cdot v_b$$

55.

$$36 = 3 \cdot 2$$

$$3a = 36 \quad /:3$$

$$a = 12 \text{ cm}$$

56.

$$24 = 2 \cdot (x - 2) + 2 \cdot x$$

Dolžina pravokotnika je 5 dm in širina 7 dm.

57.

$$2\beta + \beta + 3\beta = 360^\circ$$

Velikosti kotov so $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$ in $\gamma = 90^\circ$.

58.

$$2 \cdot (x + 2) + 2 \cdot x = 48$$

Dolžini stranic sta 13 cm in 11 cm.

59.

$$x + 22 = 90$$

Velikost drugega ostrega kota je 68° .

60.

$$2 \cdot 30 + x = 180$$

Velikost kota v vrhu trikotnika je 120° .

61.

$$(x + 5)^2 = x^2 + 85$$

Dolžina stranice je 6 cm.

62.

$$8 \cdot x = 12(x - 2)$$

Širina prvotnega pravokotnika je 6 cm.

63.

$$12 \cdot x = 96$$

Širina pravokotnika je 8 cm.

64.

$$2 \cdot 15 + 2x = 52$$

Dolžina stranice c je 11 cm.

65.

$$76 + 110 + 2x = 360$$

Velikost kotov α in γ je 87° .

66.

$$x(x - 2) = x^2 - 14$$

Dolžina stranice kvadrata je 7 dm. Dolžina pravokotnika je 7 dm, širina pa 5 dm.

67.

$$\frac{x(x + 4)}{2} = 96$$

Dolžina hipotenuze je 20 cm, dolžina krajše katete je 12 cm in dolžina daljše katete je 16 cm.

68.

$$a^2 = \left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2$$

Obseg romba je 20 cm.

69.

$$p = 1,06x^2$$

70.

$$a = 10 \text{ cm}$$

Misija v neznano

$$p = (9 + 4\sqrt{2}) \text{ cm}^2$$

Uporaba enačb v besedilnih nalogah s starostjo

Ponovimo

1.

$$o = 3 \cdot h$$

71.

$$x + (x + 5) = 67$$

Ana je stara 36 let, Mateja pa 31 let.

72.

$$x + 4x = 45$$

Matej je star 36 let, Andraž pa 9 let.

73.

	Anja	Jakob	Tinkara	Jurij
danes	40	13	10	7
čez x let (+ x let)	$40 + x$	$13 + x$	$10 + x$	$7 + x$

$$(13 + x) + (10 + x) + (7 + x) = 2(40 + x)$$

Čez 50 let.

74.

$$(x + 3) + x + (x + 3 - 11) = 79$$

Stari so 20 let, 28 let in 31 let.

75.

$$10x - x = 63$$

Dedek je star 70 let, vnuk pa 7 let.

76.

$$54 + x = 2(9 + x)$$

Čez 36 let.

77.

$$31 + x = 3(3 + x)$$

Čez 11 let.

78.

	Katja
danes	x
pred 7 leti (-7 let)	$x - 7$

$$x = 2 \cdot (x - 7)$$

Danes je stara 14 let.

79.

$$17 - x = 6 \cdot (12 - x)$$

Pred 11 leti.

80.

$$4x - 2 = 5(x - 2)$$

Mati je stara 32 let in sin 8 let.

81.

$$16 - x = 3(8 - x)$$

Pred 4 leti.

82.

$$81 - x = 9(25 - x)$$

Pred 18 leti.

83.

Več možnih rešitev.

Na primer: Sestra je 7 let mlajša od brata. Koliko je star vsak od njiju, če sta skupaj stara 11 let?

84.

$$x + 6 = 2(x - 12)$$

Danes je star 30 let.

85.

$$(x + 2) = 2(59 - x + 2)$$

Peter je star 40 let, Damjana pa 19 let.

86.

Njun oče je danes star 34 let.

Misija v neznano

Otroci so stari 3 leta, 3 leta in 6 let.

Uporaba enačb v besedilnih nalogah iz vsakdanjika

Ponovimo

1.

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$$

87.

$$2x + x + x - 50 = 950$$

Prvi je dobil 500 €, drugi 250 € in tretji 200 €.

88.

$$(x + 11) + x = 513$$

Goran Dragič je dosegel 251 točk, Luka Dončić pa 262 točk.

89.

$$3x - 8 = 2 \cdot (x + 8)$$

Luka ima 72 nalepk, Jan pa 24.

90.

$$(x + 3) + x = 19$$

Z nogometom se ukvarja 11, z odbojko pa 8 učencev.

91.

$$(x + 4) + x = 30$$

Denis je zapravil 17 €, Maja pa 13 €.

92.

$$(x + 4) + x + (x + 11) = 45$$

V prvem zaboju je 14 kg hrušk, v drugem 10 kg in v tretjem 21 kg hrušk.

93.

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{5} + 110 = x$$

V sodu je bilo 200 l olja.

94.

$$\frac{x}{3} + \frac{2}{5}x + 20 = x$$

Njegova žepnina je 75 €.

95.

$$x - 5 = 2(95 - x)$$

Mami je prehodila 65 km, Sofija pa 30 km.

96.

$$x - 5 = (60 - x) + 7$$

V prvi učilnici je 36 staršev in v drugi 24 staršev.

97.

$$5x + x + (x - 5) + 6 = 50$$

Katja je plačala 35 € za vozovnico, 7 € za kosilo in 2 € za razglednice.

Misija v neznano

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100$$

Pastir ima 36 ovac.

Uporaba enačb v besedilnih nalogah o gibanju

Ponovimo

1.

$$v = \frac{s}{t}, s = v \cdot t$$

98.

	s	v	t
1. primer	s	v	5 h
2. primer	s	v + 20 km/h	4 h

$$5v = 4(v + 20)$$

Prvotna hitrost je 80 km/h. Razdalja med krajema je 400 km.

99.

$$3 \cdot 90 = 2v$$

Morala bi se peljati s hitrostjo 135 km/h.

100.

$$15t = 75(t - 2)$$

Srečata se ob 14.30, in sicer 37,5 km od izhodišča.

101.

$$3v + 2v = 75$$

Vozila sta s hitrostjo 15 km/h. Srečala sta se 45 km stran od Domnovega izhodišča.

102.

$$80t + 70t = 300$$

Srečala se bosta čez 2 uri.

103.

$$18t + 22t = 100$$

Srečata se čez 2,5 ure, 45 km od izhodišča prvega kolesarja.

104.

$$2 \cdot 60 = 1,5v$$

S hitrostjo 80 km/h.

105.

$$70t + 20t = 150 - 15$$

Čez 1,5 ure.

106.

$$6\left(t - \frac{1}{12}\right) = 4t$$

Razdalja od doma do šole je 4 km.

107.

$$90t + 110(t - 1) = 170$$

1 ura in 24 minut za tem, ko se odpravi prvi.

Misija v neznanu

Za to isto pot bi potrebovali 24 minut.

Reševanje neenačb

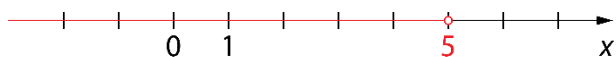
Ponovimo

1.

$$x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

108.

$$x \leq 5$$



109.

a) $x \geq 1$

b) $x \leq -6$

c) $x \leq 14$

110.

a) $R = \{10, 11, 12 \dots\}$

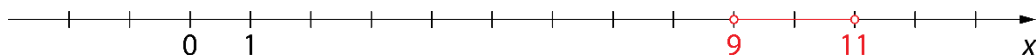
b) $R = \{\}$

c) $R = \{1, 2, 3, 4\}$

č) $R = \{4, 5, 6 \dots\}$

111.

$$9 \leq x \leq 11$$



112.

A3, B5, C1, Č6, D4, E2

113.

Več možnih rešitev. Na primer: $2 \leq x - 1 \leq 5$, $3 \leq x \leq 6$, $1 \leq x - 2 \leq 4 \dots$

114.

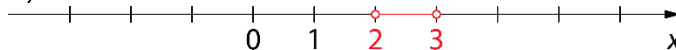
$$R = \mathbb{R}$$

115.

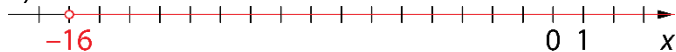
a)



b)



c)



116.

1. neenačba

$$x \geq -7$$

2. neenačba

$$x \leq 1$$

$$R = \{-7, -3, 0\}$$

117.

$$x \leq -15$$

118.

- a) Velja $a + c \geq b + c$.
- b) Velja $a \cdot c = b \cdot c = 0$.
- c) Velja $a - c \geq b - c$.
- č) Velja $a + c \leq b + c$.

Misija v neznanu

Napaka je pri deljenju z oklepajem $(a - b)$, saj je vrednost razlike $(1 - 1)$ v oklepaju enaka 0.

Sistem linearnih enačb

Ponovimo

1.

Več možnih rešitev. Na primer: $(1, 4)$, $(2, 7)$, $(0, 1)$, $(-1, -2)$...

119.

a) $x = 5, y = 1$

b) $x = 2, y = -3$

120.

V hotelu je 80 dvoposteljnih sob in 40 enoposteljnih sob.

121.

a) $x = 2, y = 0,5$

b) $x = 17, y = -13$

c) $x = 4, y = -3$

122.

$x = -4, y = 8$

123.

Prvo število je -9 in drugo število je 7 .

124.

Na kmetiji je 30 kokoši in 40 prašičev.

125.

$p = 2, s = 3$

126.

Šest jih je šlo z rolerji, s skirojem pa deset.

127.

Prodali so 9000 cenejših in 3000 dražjih vstopnic.

Misija v neznano

$b = -5, j = 0, k = 5$

Razcepne enačbe**Ponovimo****1.**

$$(x+2)(x-2)$$

128.

a) $x_1 = -1, x_2 = 1$

b) $x_1 = 0, x_2 = -3$

c) $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 2,4$

č) $x_{1,2} = 0$

129.

a) $x_1 = -7, x_2 = 3$

b) $x_1 = -4, x_2 = 9$

c) $x_1 = 0, x_2 = -6$

130.

a) $x_1 = -0,4, x_2 = 1,2$

c) $x_1 = 6, x_2 = -6$

d) $x_{1,2} = 8$

b) $x_1 = 11, x_2 = -11$

č) $x_1 = 4, x_2 = -4$

e) $x_{1,2} = -7$

131.

a) $x_1 = 4, x_2 = -4$

b) $x_1 = 0, x_2 = 144$

c) $x_1 = 18, x_2 = -18$

132.

a) $(x-3)(x-5) = 0$

b) $(x+1)(x-7) = 0$

c) $(x+0,4)(x+2,5) = 0$

č) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{6}{7}\right) = 0$

133.

a) $x_1 = 0, x_2 = 9$

b) $x_{1,2} = 0$

c) $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -\frac{2}{3}$

č) $x_{1,2} = -2$

134.

a)

$$x^2 - 3,61 = 0$$

$$(x-1,9)(x+1,9) = 0$$

$$x_1 = 1,9, x_2 = -1,9$$

b)

$$(x+5)(x-5) = -9$$

$$(x+5)(x-5) + 9 = 0$$

$$x^2 - 25 + 9 = 0$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$(x-4)(x+4) = 0$$

$$x_1 = 4, x_2 = -4$$

135.

a) $x_1 = 0, x_2 = -26$

b) $x_1 = 3, x_2 = 3$

136.

$$x_{1,2} = 5$$

137.

$$x_1 = -5, x_2 = -3, x_3 = 3$$

Misija v neznano.

$$x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$$

Vaja dela mojstra

138.

a) $R = \{7\}$

c) $R = \mathbb{R}$

d) $R = \{-3\}$

f) $R = \{\}$

h) $R = \mathbb{R}$

b) $R = \{10\}$

č) $R = \{\}$

e) $R = \{-6\}$

g) $R = \{-5\}$

139.

$$2x + 1 + x = 2 + 2x + 4$$

$$R = \{5\}$$

140.

a) $a = 14$

c) $c = 73$

d) $d = -8$

b) $b = 24$

č) $x = 3$

e) $e = 2$

141.

$$x = -4$$

142.

a) $x \geq -2$

b) $x \in \{1, 2, 3, 4 \dots\}$

c) $x \in \{-2, -1\}$

č) $x \in \{\}$

143.

$$x = -2$$

Preizkus:

$$L: (-2 + 0,5) \cdot 10 = -1,5 \cdot 10 = -15$$

D: -15

L = D

144.

$$2x + (2x + 2) + (2x + 4) = 144$$

To so števila 46, 48 in 50.

145.

Enačbi sta ekvivalentni, saj imata enako množico rešitev ($R = \{2\}$).

146.

To so števila 17, 26 in 13.

147.

a) $pl = P - O$

b) $b = \frac{V}{ac}$

c) $a = \frac{2v}{\sqrt{3}} = \frac{2v\sqrt{3}}{3}$

č) $v_c = \frac{2p}{c}$

148.

$$5x - 3x = 16$$

To je število 8.

149.

$$31 + x = (3 + x) + (1 + x)$$

Čez 27 let.

150.

$$x + 8 = 2(x - 3)$$

Vita je stara 14 let.

151.

$$\frac{x}{3} + \left(\frac{x}{3} + 10\right) + 45 = x$$

Prevozil je 165 km.

152.

$$(x + 20) + x = 90$$

Velikost prvega kota je 55° , velikost drugega pa 35° .**153.**

Srečala sta se 50 km od Ljubljane oz. 100 km od Maribora.

154.

a) $x = 1\frac{1}{2}$

b) $x = 0$

c) $x = -1$

č) $x = -\frac{1}{4}$

155.

$$15x = 20 \cdot (x - 0,20)$$

Zvezek s trdimi platnicami stane 0,80 €, zvezek z mehкими platnicami pa 0,60 €. Jaka je za zvezke plačal 12 €.

156.

Dolžina pravokotnika je 3 e, širina pa 18 e.

157.

Peljala se je 15 km.

158.

$$x = 5, y = -2$$

159.

$$x \in \{-11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2\}$$

160.

Tinkara je dosegla 59 točk, njena nasprotnica pa 51 točk.

161.

$$60t + 80t + 20 = 300$$

Po 2 urah.

162.

$$x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

163.

$$x_1 = -5, x_2 = -5$$

164.

$$x = 5u$$

165.

$$x = 2, y = -3$$

Preveri svoje znanje

Ali veš?

- Linearna enačba je enakost dveh izrazov, od katerih vsaj v enem nastopa neznanka in je le-ta prve stopnje.
- Osnovna (univerzalna) množica \mathcal{U} je množica, ki vsebuje nabor možnih rešitev.
- Rešiti enačbo pomeni, da v osnovni množici \mathcal{U} poiščemo takšno vrednost za neznanko, da sta vrednosti izraza na levi in desni strani enačaja enaki.
- Enačbi sta ekvivalentni (enakovredni) natanko tedaj, ko imata enako množico rešitev.
- Linearna enačba:
 - ima natanko eno rešitev,
 - ima neskončno mnogo rešitev (**identična enačba**) ali
 - nima rešitve (noben element osnovne množice \mathcal{U} ne reši enačbe).
- Ekvivalentno preoblikovanje je postopek, s katerim enačbo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo in določimo vrednost spremenljivke. Enačbo ekvivalentno preoblikujemo tako, da:
 - na obeh straneh enačbe prištejemo ali odštejemo isti člen,
 - obe strani enačbe delimo ali množimo z istim neničelnim členom.
- Izražanja neznanke iz obrazca se lotimo enako kot reševanja enačbe s številskimi koeficienti. Z ekvivalentnim preoblikovanjem osamimo iskano količino (tako, kot smo x pri enačbah s številskimi koeficienti).

Preveri, ali znaš

1.

a) $x = 3$

Preizkus:

L: $2 \cdot 3 - 5 = 6 - 5 = 1$

D: $4 - 3 = 1$

L = D

b) $x = -1$

Preizkus:

L: $3(4 \cdot (-1) - 1) = 3(-5) = -15$

D: $10 \cdot (-1) - 5 = -10 - 5 = -15$

L = D

c) $x = 2$

Preizkus:

L: $\frac{2}{2} + 4 = 1 + 4 = 5$

D: $3 + 2 = 5$

L = D

2.

$$x = \frac{p}{2} \text{ ali } x = \frac{1}{2}p$$

3.

a) $a = \frac{F_r}{m}$

b) $I = \frac{P}{U}$

c) $v = \frac{2p}{a+c}$

4.

$$2x + 5 = x - 3 \cdot 7$$

Neznano število je -26 .

5.

$$2 \cdot (x - 4) + x = 25$$

Dolžina osnovnice je 11 cm, dolžina krakov pa 7 cm.

6.

$$x + 6 = 3x$$

Danes je Evita stara 3 leta.

7.

$$x + 5 + x = 53$$

Domača ekipa je dosegla 29 golov, gostujoča pa 24 golov.

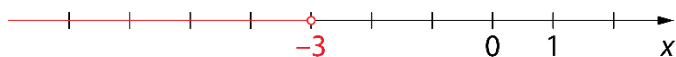
8.

$$80t = 100 \cdot (t - 0,5)$$

Sabina ga je dohitela ob 10.30, in sicer 200 km od začetne točke.

9.

$$x \leq -3$$



10.

$$7 \leq x \leq 13$$

11.

$$x = -2, y = 14$$

12.

V trgovini je 40 stolov s štirimi nogami in 10 stolov s tremi nogami.

13.

$$x_1 = 0, x_2 = 4$$

3. SORAZMERJA

Razmerje dveh količin

Ponovimo

1.

1 : 5

1.

a) 3 : 4

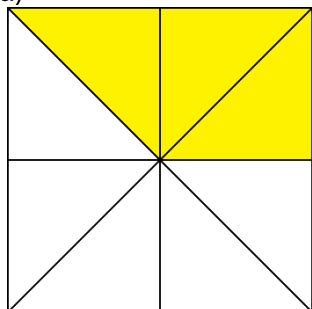
b) 1 : 2

c) 2 : 3

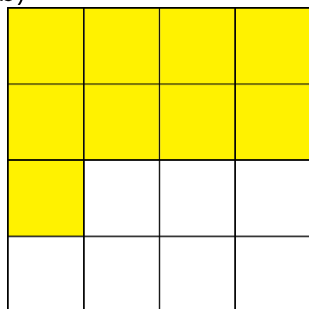
d) 4 : 5

2.

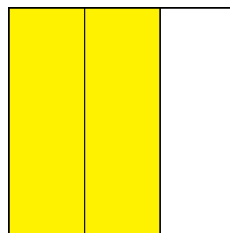
a)



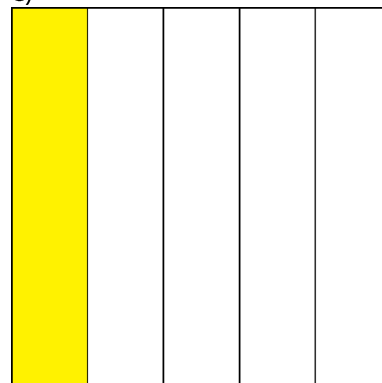
b)



c)



č)



3.

a) 1 : 4

c) 1 : 2

d) 8 : 1

f) 1 : 5

b) 7 : 2

č) 4 : 15

e) 3 : 7

g) $m : 1$

4.

Njuni masi sta v razmerju 4 : 3.

5.

C, E

6.

Samostojno delo. Ugotovitev: Vsi imajo enak količnik.

7.

a) Individualno delo.

b) Individualno delo.

c) Prvi ulomek je obratni ulomek drugemu. Njun produkt je enak 1.

8.

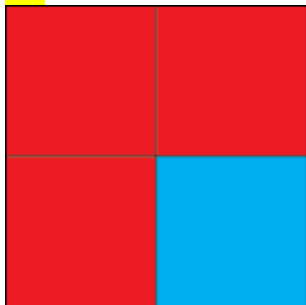
a) Drugo število je trikrat večje od prvega.

b) Več možnih rešitev. Na primer: 1 in 3, 2 in 6, 3 in 9 ...

9.

Dodati moramo 10 lončkov vode.

10.



11.

Načrt za hišo je narisano v razmerju 40 : 1000, kar je 1 : 25.

12.

a) 1 : 3

b) 2 : 1

c) 1 : 6

č) 7 : 12

13.

Individualno delo.

14.

a) 1 : 2

b) 1 : 4

15.

Od četrtega para so vsi členi v enakem zaporedju.

16.

a) $100 : 280 = 5 : 14$ b) $280 : 670 = 28 : 67$ c) $a : h : i : m = 330 : 670 : 280 : 100 = 33 : 67 : 28 : 10$

Misija v neznano

Primož ima prav, ker ima kolo le 6 prestavnih razmerij in ne 8, kot meni prodajalec. Razmerji 30 : 9 in 50 : 15 sta namreč enaki. Enako velja za razmerji 30 : 15 in 50 : 25.

Sorazmerje

Ponovimo

1.

3 : 4

17.

a) $x = 6$ b) $x = 12$ c) $x = 0,8$

18.

Sorazmerje je $120 : c = 3 : 1$. V mešanici je 40 kg cementa.

19.

a) Sorazmerje je pravilno zapisano, saj je produkt notranjih členov enak produktu zunanjih členov.

b) Sorazmerje ni pravilno zapisano, saj produkt notranjih členov ni enak produktu zunanjih členov.

c) Sorazmerje je pravilno zapisano, saj je produkt notranjih členov enak produktu zunanjih členov.

20.

a)
 $50 : 125 = 16 : x$
Porabi 40 ℓ goriva.b)
 $50 : x = 16 : 136$
Prevozi lahko 425 km dolgo pot.

21.

a) 20 : 1

b) 100 fotokopij

c) 3,50 €

22.

48,3 dag

23.

a) 2,4 m

b) 17,5 cm

24.

Dodati mora 40 mℓ olja.

25.

Dolžina premera je 5,5 cm.

26.

18 ℓ

27.

a) 4,88 m

b) $\frac{2}{3}$ čevlja

28.

a) Dodati morajo 2400 ℓ modre barve.

b) Dodati morajo 400 ℓ zelene barve.

29.

a) $x = 15$ ali $x = -15$ b) $x = 5^5 = 3125$ ali
 $x = -5^5 = -3125$ c) $x = 7$ ali $x = -7$

30.

Razmerje je 1 : 7. Dodati mora 4,9 dℓ vode.

Misija v neznanu

Razmerje med ploščino trikotnika AED in ploščino trikotnika DEC je 1 : 2.

Premo sorazmerje

Ponovimo

1.

Obnova 2 km dolgega cestišča stane 200 000 €.

31.

a) Potreboval bi 8 ur.

b) Prevozil bi 48 km.

32.

V človeku, ki tehta 80 kg, je 60 kg vode.

33.

a) V 5 urah napolnijo 9375 steklenic.

b) Potrebujejo 28 ur.

34.

a) Popust je znašal 2,16 €.

b) Plačala je 15,84 €.

35.

$15 : x = 4 : 50$

Potrebujemo 18,75 ℓ kisa.

36.

Nabrala bi 15 ℓ borovnic.

37.

Plačala bi 10,05 €.

38.

a) Dodati bi moral 1320 g soli.

b) Imel je 35 kg mesa.

39.

Matejina plača brez dodatka znaša 900 €.

40.

Čas za vzpon predstavlja 60 % časa, čas za sestop pa 40 % časa.

41.

Polona je dobila 12 € obresti.

42.

Prazna steklenica tehta 250 g.

Misija v neznano

Dodati mora 28 mℓ mešanice gela in eteričnih olj.

Obratno sorazmerje

Ponovimo

1. Opraviti bi morali štiri voznje.

43. Kupiti mora 180 desk.

44. Porabi lahko 4 € na dan.

45.

a)

x_1	x_2	y_1	y_2
3	4	20	15

$$3 : 4 = 15 : y_1$$

$$y_1 = 20$$

b)

x_1	x_2	y_1	y_2
7	3	6	14

$$7 : x_2 = 14 : 6$$

$$x_2 = 3$$

46. Potreboval bi 1 uro 20 minut.

47. Kositi bi moral 6 m široko.

48. Po vselitvi petega študenta, je vsak od njih plačeval 64 €.

49. a) $x_1 = 2$

b) $x_1 = 8$

50. a) Koeficient $k = 4500$ in pomeni število vseh vrstic v knjigi.
b) Na eni strani mora biti vsaj 30 vrstic.

51. Razdalja med sadikama mora biti 0,6 m.

52. Prebelil bo lahko do višine 2 m.

53. Potrebovali bi 64 takih embalaž.

54. Čas praznjenja vodnjaka se bo podaljšal za 3 ure.

55.

Darila je kupila 12 osebam.

56.

(1, 24), (2, 12), (3, 8), (4, 6), (6, 4), (8, 3), (12, 2), (24, 1)

Misija v neznanu

Več možnosti. Npr.: $x : 1 = 12 : y$, $3 : x = y : 4$...

Besedilne naloge iz razmerja in sorazmerja

Ponovimo

1.

$$x = 2$$

57.

Eva je plačala 30 €, Maja pa 18 €.

58.

V tistem trenutku je pretekel 6 km.

59.

Ana je prehodila 280 m, Mia pa 240 m.

60.

Dodala je 2 ℓ vode.

61.

Dolžina kraka je 10 dm, dolžina osnovnice pa 14 dm.

62.

Najdaljši del meri 42 cm.

63.

Domačih gledalcev je bilo 14 000, tujih pa 4000.

64.

To sta števili 12 in 32.

65.

$$x = 22, y = 8$$

66.

$$x = -100, y = -150$$

67.

Velikosti kotov so 45° , 60° in 75° .

68.

Dolžina pravokotnika je 10 dm, širina pa 6 dm.

69.

Prva ekipa je dosegla 20 točk, druga pa 12 točk.

70.

Prvi je dobil 4000 €, drugi 5000 € in tretji 6000 €.

71.

Dolžine stranic so 15 cm, 9 cm in 18 cm.

72.

Lucija je stara 8 let, Domnik pa 12 let.

73.

To sta števili 45 in 20.

74.

Polona je zaslužila 30 €, Alenka pa 35 €.

75.

Kmet lahko nalije največ 119 ml škropiva.

76.

Dolžina prve katete je 1,5 cm, dolžina druge pa 2 cm.

77.

a) $x = 1,5$, $y = 3,5$ in $z = 2,5$

b) $x = 8$, $y = 2$ in $z = 18$

c) $x = 10,8$, $y = 3,6$ in $z = 5,4$

78.

To sta števili 15 in 9 ali -15 in -9 .

Misija v neznano

Za mater je najboljša tretja možnost.

1. Prva možnost je sploh nemogoča, saj bi hči ostala brez premoženja, ki ga po oporoki mora dobiti. A tudi če bi delili, bi mati dobila natanko tretjino.
2. Glede na oporoko bi moral sin dobiti štirikrat toliko, kot dobi hči. Torej bi premoženje razdelili v razmerju $s : m : h = 4 : 2 : 1$. To pomeni, da bi premoženje razdelili na 7 enakih delov, mati pa bi po tej delitvi dobila dva dela, kar sta dve sedmini celotnega premoženja.
3. V prvem delu dobi mama eno tretjino razdeljenega premoženja, v drugem pa dve tretjini premoženja. Tako dobi skupaj natanko polovico celotnega premoženja.

Vaja dela mojstra

79.

a) 1 : 3

b) 3 : 1

c) 5 : 4

č) 1 : 1

80.

a) 1 : 3

b) 9 : 1

c) 2 : 5

č) 2 : a

81.

Porabil bi 14,88 ℓ.

82.

a) $x = 6$

b) $x = 10$

c) $x = 35$

č) $x = 0,8 = \frac{4}{5}$

83.

Ne, ker je višina televizije 45 cm.

84.

Petčlanska družina bi spila 2,5 hℓ.

85.

To sta števili 36 in 16.

86.

Dolžina hiše je 10 m in širina 8 m.

87.

Prodajalec je nudil 15 % popusta.

88.

a) 1 : 4

b) 3 : 1

89.

Zračna razdalja med Lendavo in Piranom je približno 250 km.

90.

Dolžina celotne poti je 15 km.

91.

Tlak pod njenimi nogami, ko stoji na drsalkah, je 5000 kPa.

92.

Delo bo opravljeno 6 dni prej, kot je bilo načrtovano.

4. PODOBNOST

Razmerje dolžin daljic

Ponovimo

1.

$$1 : 3$$

1.

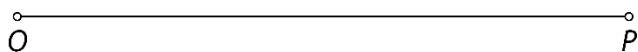
$$j : m = 120 : 80 = 3 : 2$$

2.

$$o : s = 200 : 150 = 4 : 3$$

3.

a) $|OP| = 8,1 \text{ cm}$



b) $|RS| = 0,9 \text{ cm}$

c) $1 : 10$

4.

a) N

b) N

c) N

č) P

d) N

5.

a) $|AB| : |CD| = 8 : 1$

c) $|AC| : |CE| = 1 : 2$

d) $|DE| : |CB| = 1 : 2$

b) $|AC| : |AD| = 2 : 3$

č) $|AE| : |AB| = 3 : 4$

e) $|AB| : |CB| = 4 : 3$

6.

$$1 : 70\,000\,000$$

7.

a) $b = 15 \text{ cm}$

b) $c = 21 \text{ cm}$

c) $e = 16 \text{ dm}$

8.

Prečna flavta je dolga 62 cm.

9.

a) Obesil bo tri fotografije.

b) Ne bo obesil fotografije z velikostjo 35 cm x 105 cm.

10.

$$11 : 70$$

11.

Dolžine sabelj so lahko:

- 27 cm, 36 cm in 45 cm,
- 30 cm, 40 cm in 50 cm,
- 33 cm, 44 cm in 55 cm,
- 36 cm, 48 cm in 60 cm,
- 39 cm, 52 cm in 65 cm,
- 42 cm, 56 cm in 70 cm,
- 45 cm, 60 cm in 75 cm,
- 48 cm, 64 cm in 80 cm.

Misija v neznano $\pi : 4$

Podobni liki

Ponovimo

1.

3 : 5, 3 : 4, 5 : 4 ...

12.

$a' : a = 2 : 1, o' : o = 2 : 1, p' : p = 4 : 1, k = 2$

13.

a) $a = 12 \text{ cm}, b' = 6 \text{ cm}$

b) $a' = 10 \text{ cm}$

14.

a) $a = 12 \text{ cm}$

b) $a' = 25 \text{ cm}$

c) $a' = 6,4 \text{ cm}$

15.

a)

pravokotnik $ABCD$: $a = 4 \text{ cm}, b = 2 \text{ cm}$

pravokotnik $A'EFG$: $a_1 = 6 \text{ cm}, b_1 = 3 \text{ cm}$

pravokotnik $AH'IJ$: $a_2 = 7 \text{ cm}, b_2 = 5 \text{ cm}$

b) Velja $ABCD \sim A'EFG$. Podobnostni koeficient je $\frac{3}{2}$.

c) Razmerje obsegov je $o' : o = 3 : 2$ in razmerje ploščin je $p' : p = 9 : 4$.

16.

a) Nista si podobna.

b) Podobna sta si.

c) Podobna sta si.

17.

a) Vrata morajo biti visoka 1,8 m.

b) Vrata morajo biti široka 1,2 m.

18.

Obsega se razlikujeta za 9 cm.

Misija v neznano

Razmerje ploščin likov $E : D = 2 : 9$.

Podobni trikotniki

Ponovimo

1. Kvadrata sta si podobna, saj se ujemata v velikosti vseh štirih notranjih kotov.

19. Dolžini stranic podobnega trikotnika sta 12,5 cm in 15 cm.

20. Dolžine stranice podobnega trikotnika so 6 cm, 8 cm in 12 cm.

21. Dolžini stranic sta $a = 12$ cm in $b' = 10,5$ cm.

22. Krak drugega trikotnika meri 9,6 cm, krak tretjega pa 11,52 cm.

23. $a' = 24$ cm, $b' = 16$ cm, $c' = 20$ cm

24.

a)

1. trikotnik

$$\alpha = 180^\circ - (\boxed{75^\circ} + \boxed{35^\circ})$$

$$\alpha = 180^\circ - \boxed{110^\circ}$$

$$\alpha = \underline{70^\circ}$$

2. trikotnik

$$\beta = 180^\circ - (\boxed{70^\circ} + \boxed{35^\circ})$$

$$\beta = 180^\circ - \boxed{105^\circ}$$

$$\beta = \underline{75^\circ}$$

Utemeljitev: Trikotnika se ujemata v velikosti notranjih kotov, zato sta si podobna.

b)

1. trikotnik

2. trikotnik

12 e, 9 e, 6 e

$$\frac{c'}{c} = \frac{\boxed{12}}{\boxed{16}} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{4}}$$

$$\frac{b'}{b} = \frac{\boxed{9}}{\boxed{12}} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{4}}$$

$$\frac{a'}{a} = \frac{\boxed{6}}{\boxed{8}} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{4}}$$

Utemeljitev: Razmerja dolžin istoležnih stranic so enaka, zato sta si trikotnika podobna.

25.

C, Č

26.

a)

$$k^2 = \frac{16}{9}; k = \frac{4}{3}$$

Dolžina hipotenuze je 12 cm, višina pa 8 cm.

b)

$$k^2 = 2; k = \sqrt{2},$$

Dolžina stranice je 6 cm, višina pa 3 cm.

27.a) $x = 28$ cm, $y = 16$ cmb) $x = 17,5$ cm, $y = 24$ cm**28.**

Trikotniki se ujemajo v vseh treh velikostih kotov. V trikotniku ABC kota ob osnovnici merita 30° in 60° . Zato notranji kot z vrhom v oglišču C meri 90° . Zaradi lastnosti, da je višina pravokotna, kot z vrhom v oglišču D meri 90° . Ko izračunaš velikosti manjkajočih kotov manjših trikotnikov, ugotoviš, da se ujemajo v velikostih vseh kotov.

29.

$x = 6$ cm, $y = 8$ cm

30.

a) Zgornja jeklenica je dolga 25 m.

b) Zgornja jeklenica je v tla vpeta 15 m od stolpa.

31.

Mojca je visoka 1,5 m.

32.

Dolžine stranic so 18 cm, 15 cm in 21 cm.

33.

$x = 117$ m

34.

Dolžini stranic sta 24 cm in 21 cm.

35.

Stolp je visok je 14,4 m.

36.

Razlikujeta se za 20 cm.

37.

Stranice prvotnega trikotnika merijo 30 cm, 36 cm in 39 cm, stranice podobnega trikotnika pa so dolge 20 cm, 24 cm in 26 cm.

38.

Razdalja med točkama S in R je 90 dm, kar je 9 m.

39.

$1,6 : 1,2 = 4 : 3$ in $3,2 : 2,4 = 4 : 3$ ali $1,6 : 2,8 = 4 : 7$ in $3,2 : 5,6 = 4 : 7$.

Dolžini odsekov na obeh premicah sta v enakem razmerju, zato sta premici vzporedni.

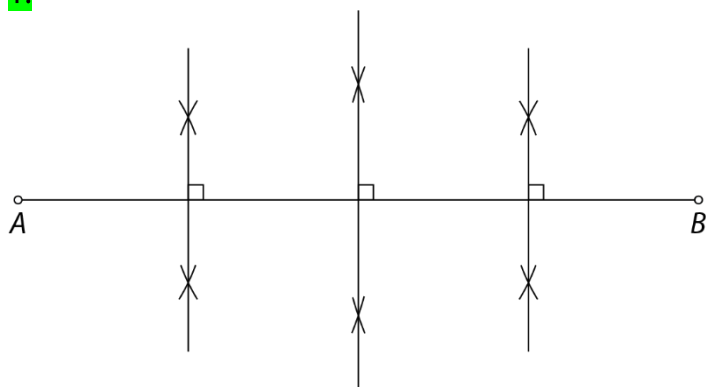
Misija v neznano

$$\frac{m}{n} = \frac{x}{x+y} = \frac{\frac{x}{y}}{\frac{x+y}{y}} = \frac{u}{\frac{x}{y} + \frac{y}{y}} = \frac{u}{u+1}$$

Delitev daljice na enake dele

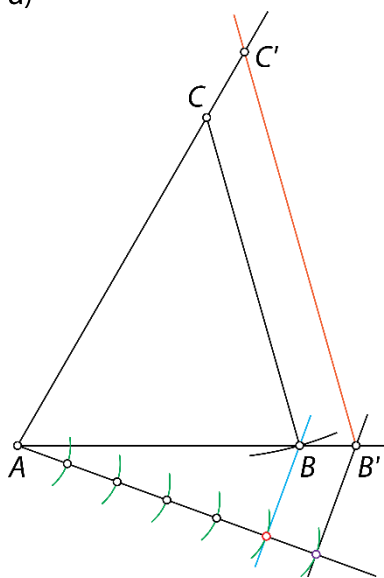
Ponovimo

1.

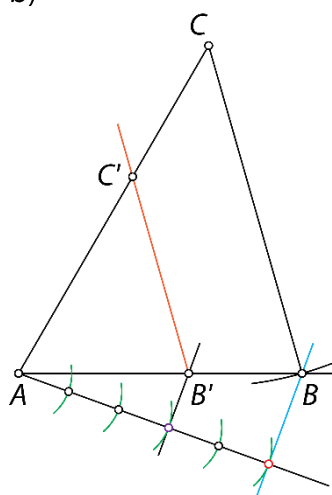


40.

a)

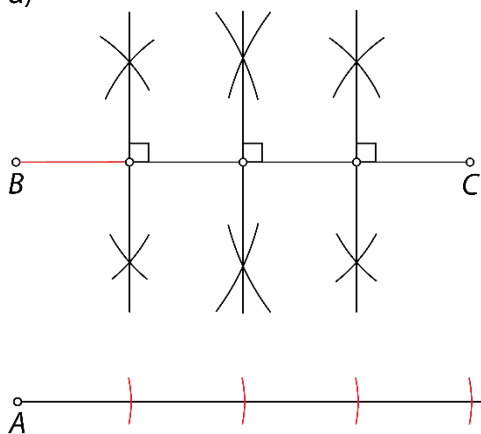


b)

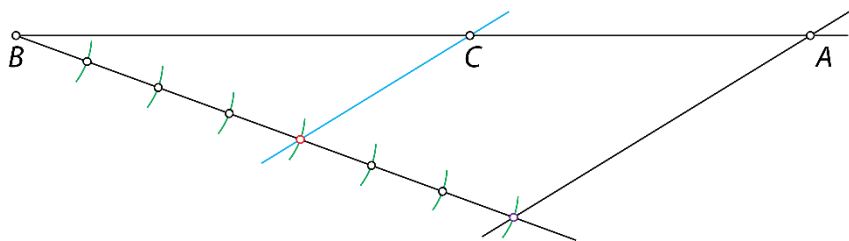


41.

a)

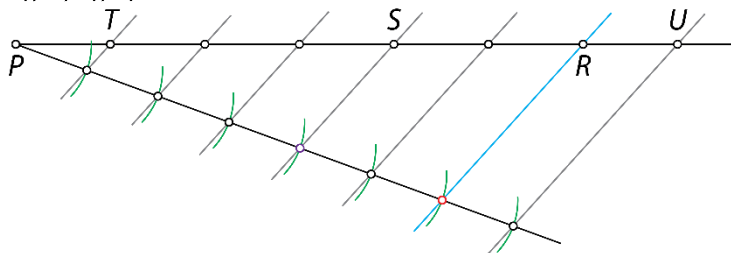


ali

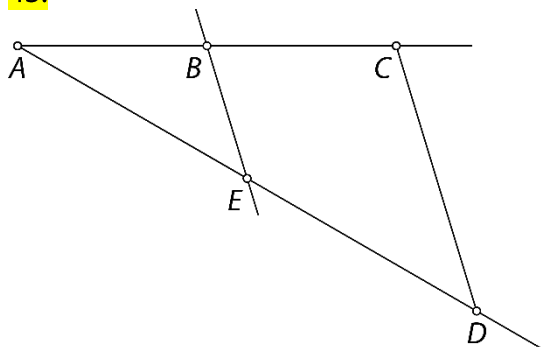
b) $|AB| = 10,5 \text{ cm}$

42.

a), b, c), č)



43.

Najprej na isto premico narišeš daljici AB in AC .Nato nariši pomožni poltrak in nanj nanesi daljico AD .Poveži točki C in D . V točki B , kjer se končuje daljica AB , nariši vzporednico k daljici CD . Tako določiš točko E in dobiš daljico AE .

$$2,5 : 5 = |AE| : 7$$

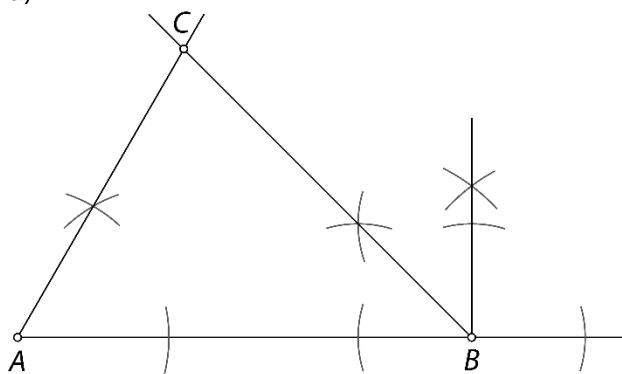
$$|AE| = 3,5 \text{ cm}$$

44.

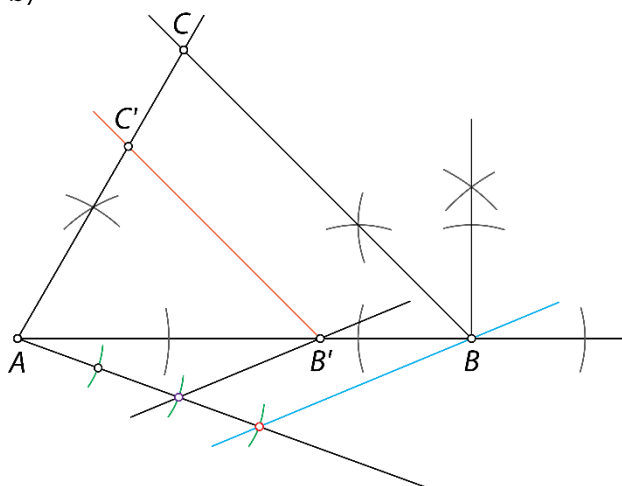
a) $|EF| : |FG| = 3 : 5$, $|EF| : |EG| = 3 : 8$, $|FG| : |EG| = 5 : 8$ in obrati le teh.b) $|EF| : |FG| = 3 : 2$, $|EF| : |FG| = 3 : 5$, $|EG| : |FG| = 2 : 5$ in obrati le teh.c) $|AF| = 2 \text{ cm}$ 

45.

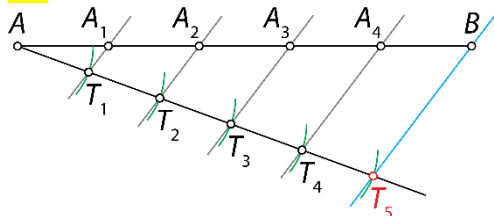
a)



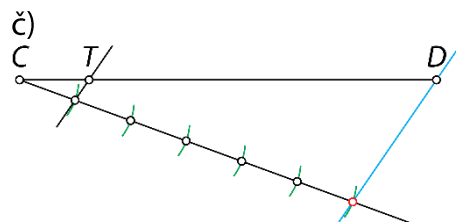
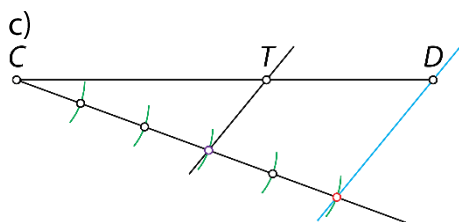
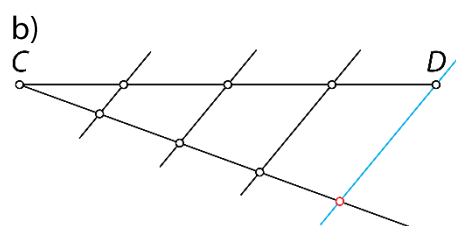
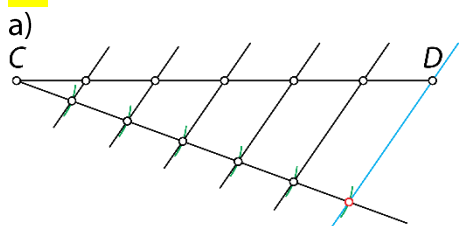
b)



46.



47.



48.

a) $|EH| : |HF| = 5 : 6$

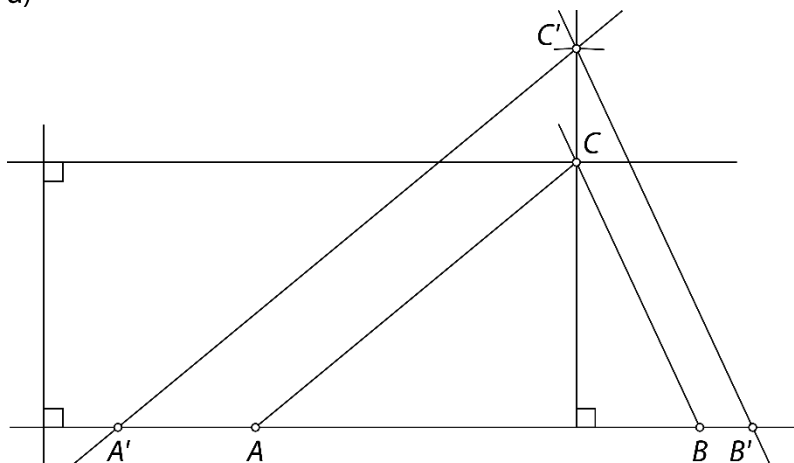
b) $|EJ| : |EF| = 6 : 11$

c) $|EG| : |GF| = 3 : 8$

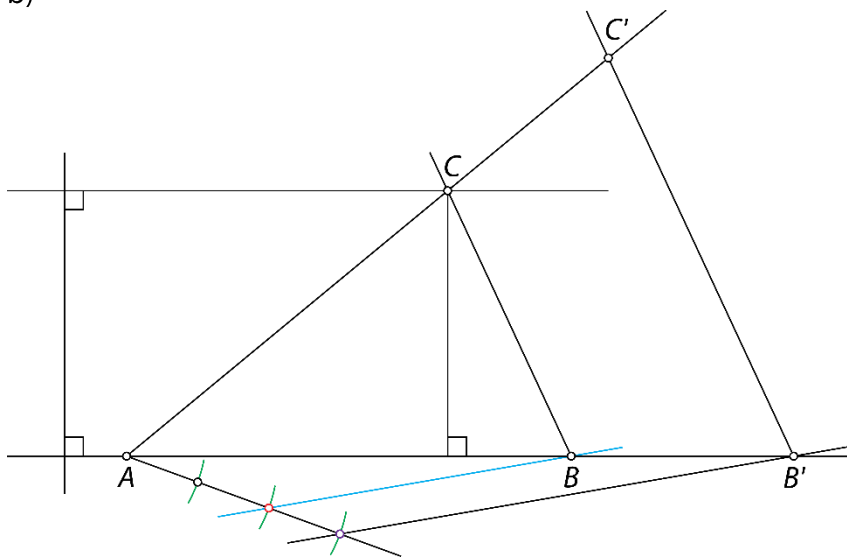
č) $|EF| : |KF| = 11 : 1$

49.

a)

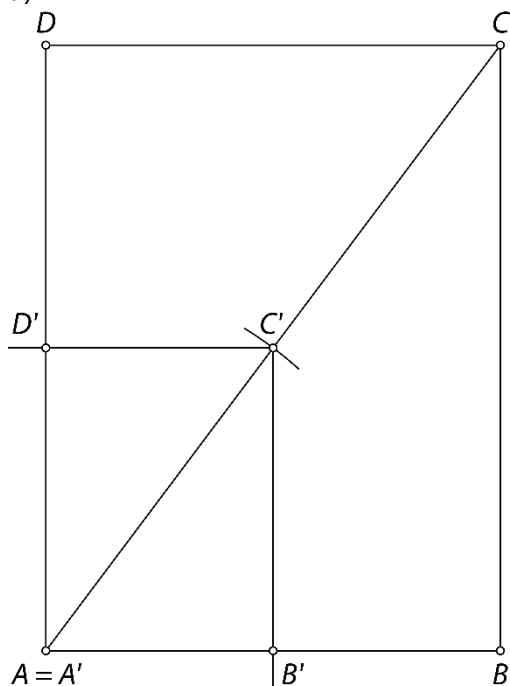


b)



50.

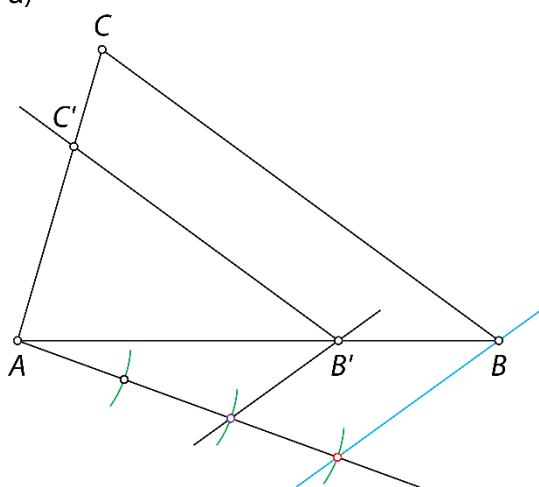
a)



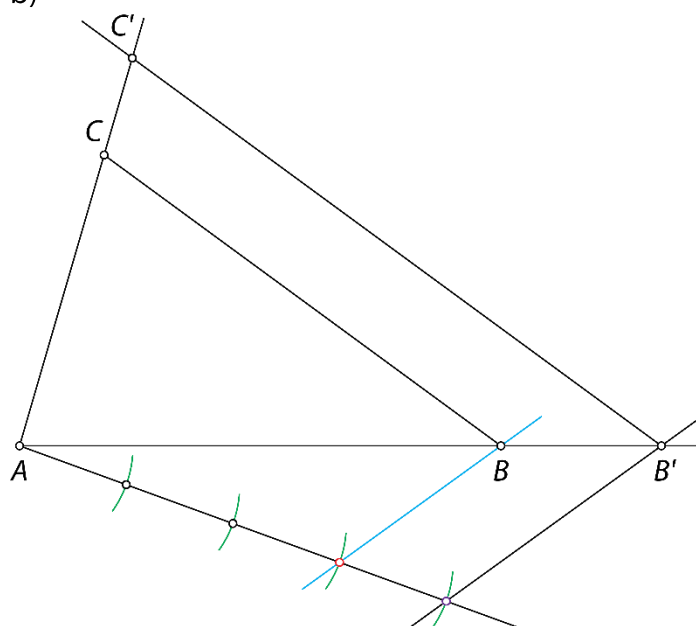
b) Razmerje dolžin istoležnih stranic je 1 : 2.

51.

a)



b)



52.

a) Podaljšaj nosilki obeh katet. Stranici BC narišeš vzporednico tako, da je dolžina stranice $|B'C'|$ večja od dolžine stranice $|BC|$.b) V notranjosti trikotnika ABC narišeš vzporednic stranici BC tako, da je $|B'C'|$ manjša od dolžine stranice $|BC|$.

53.

Stranice trikotnika merijo $a = 10$ cm, $b = 15$ cm in $c = 22,5$ cm.

54.

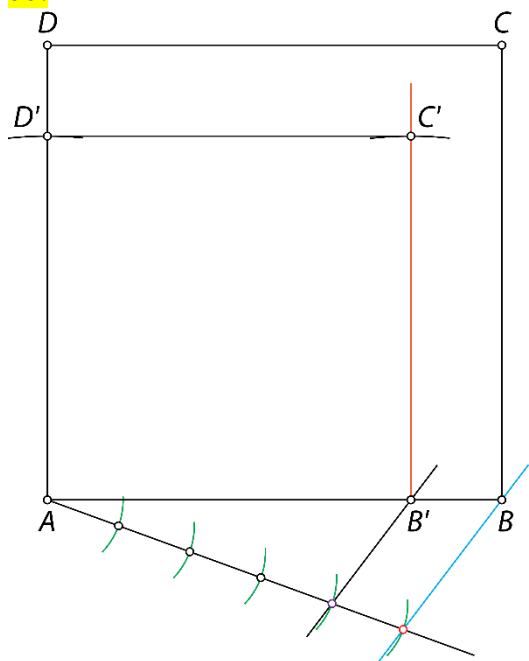
a) Pri $k = \frac{3}{4}$.

b) Pri $k = \frac{17}{12}$ in $k = 5$.

c) Pri $k = 5$.

č) Pri $k = \frac{3}{3}$.

55.



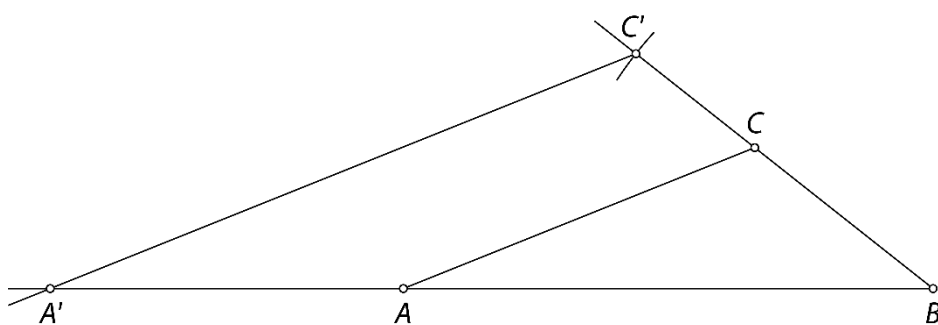
56.

Narišeš lahko različne trikotnike, edini pogoj je, da ohranjaš razmerje dolžin stranic.

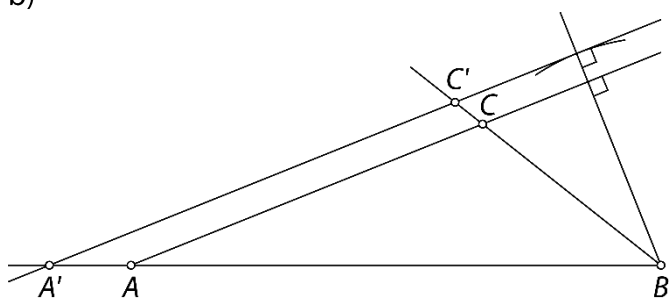
Primeri dolžin stranic trikotnika: 3 cm, 5 cm in 7 cm ali 6 cm, 10 cm in 14 cm ali 1,5 cm, 2,5 cm in 3,5 cm ...

Sam izberi število, s katerim pomnožiš 3, 5 in 7, ter tako določi dolžine stranic za svoj trikotnik.

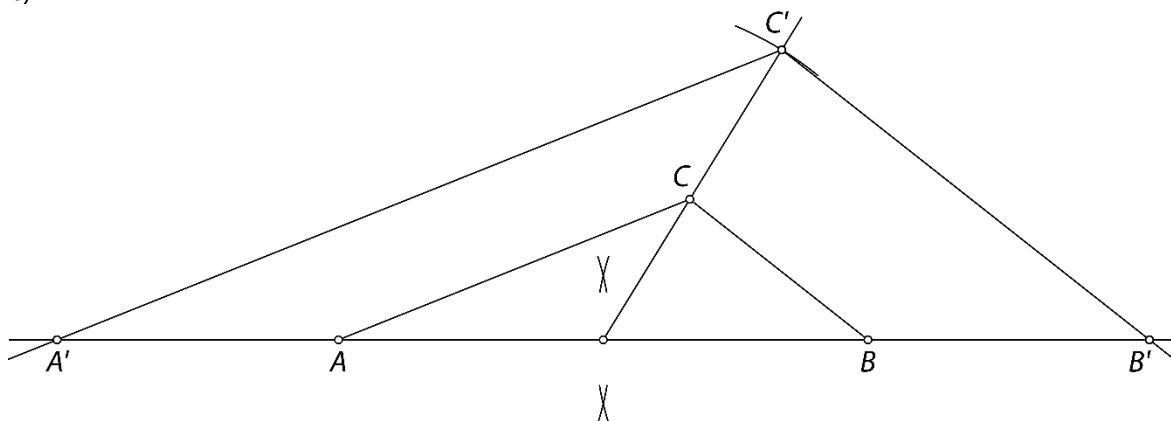
a) V sliko trikotnika, ki si ga narisal, odmeri na trenutni stranici $a = 5$ cm. Glede na to narišeš ustrezne vzporednice.



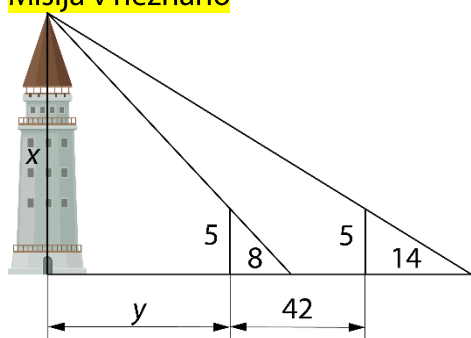
b)



c)



Misija v neznano



$$(y+8):8 = x:5 \quad \text{in} \quad (y+42+14):14 = x:5$$

$$(y+56):14 = x:5$$

Zato velja:

$$(y+8):8 = (y+56):14$$

$$14(y+8) = (y+56) \cdot 8$$

$$14y + 112 = 8y + 448$$

$$6y = 336$$

$$y = 56$$

$$(y+56):14 = x:5 \quad (y+8):8 = x:5$$

$$(56+56):14 = x:5 \quad \text{ali} \quad (56+8):8 = x:5$$

$$112:14 = x:5 \quad 64:8 = x:5$$

$$x = 40 \quad x = 40$$

Oba sta izračunala enako višino stolpa. Višina stolpa je 40 m.

Vaja dela mojstra

57.

9 cm

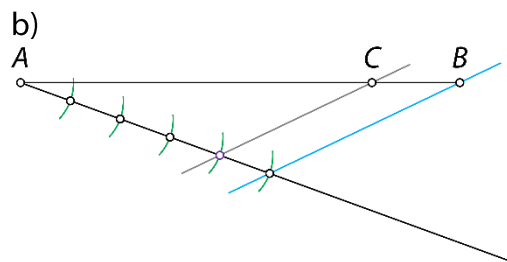
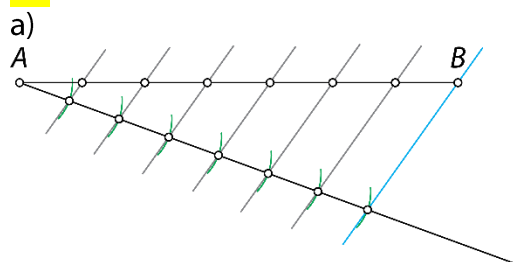
58.

140 km

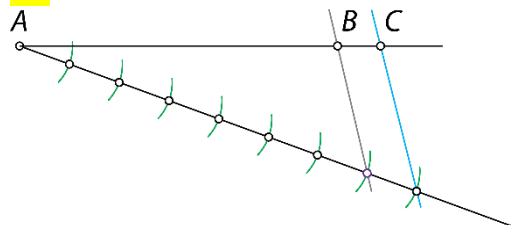
59.

1 : 4 000 000

60.



61.



62.

a) $|AB| : |AD| = 1 : 3$

c) $|AD| : |AC| = 9 : 5$

d) $|AB| : |BA| = 1 : 1$

b) $|BC| : |AD| = 2 : 9$

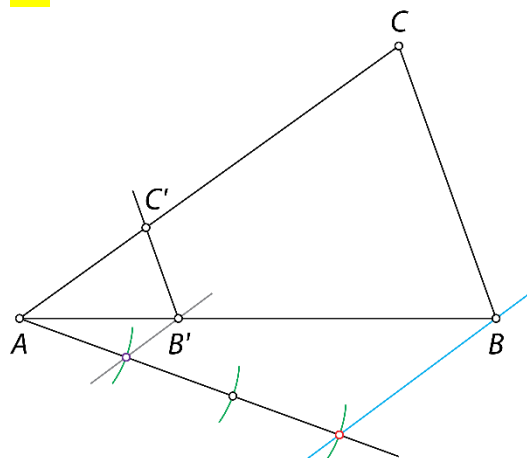
č) $|AD| : |CD| = 9 : 4$

e) $|AB| : |BC| : |CD| = 3 : 2 : 4$

63.

1 : 2 500 000

64.



65.

- a) Razmerji dolžin palic je 3 : 5.
 b) Dolžina četrte palice je lahko 14,4 dm ali 4 m.

66.

Model bo dolg 28 cm.

67.

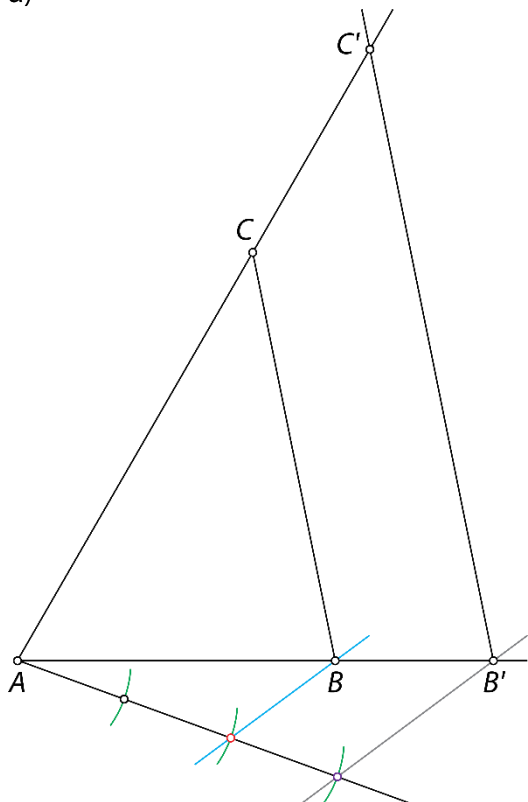
$a = 3,75$ cm

68.

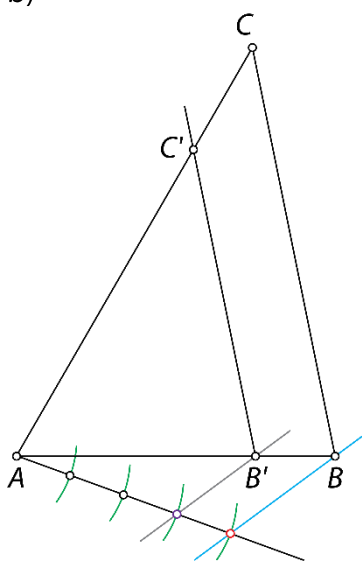
Trditev drži. Vsi notranji koti enakostraničnega trikotnika merijo 60° , zato se vsi ujemajo v vseh velikostih notranjih kotov. Zato imajo enako razmerje dolžin istoležnih stranic.

69.

a)



b)



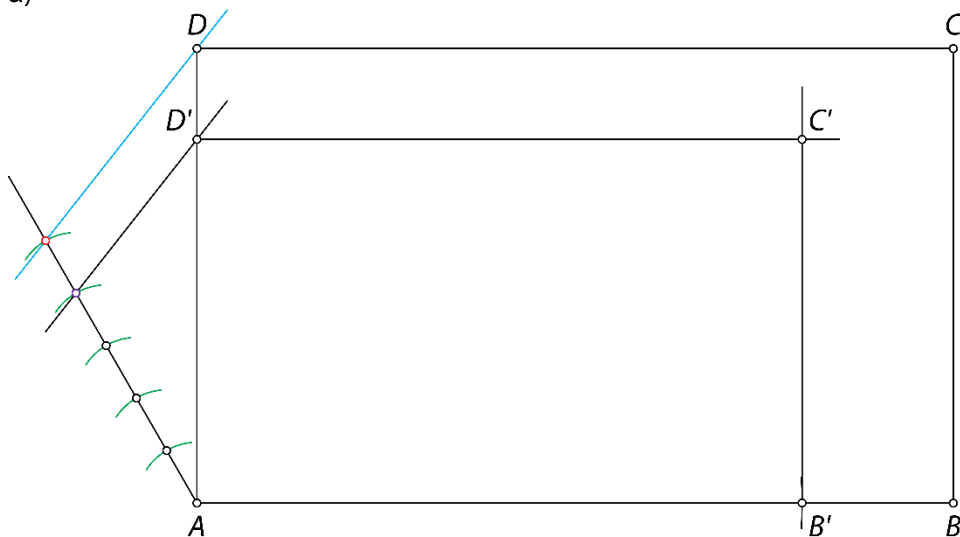
70.

a) $a = 20$ cm, $b' = 27,5$ cm

b) $b' = 20$ cm, $c = 33$ cm

71.

a)



b) $b' = 4,8 \text{ cm}$

c) $p = 60 \text{ cm}^2, p' = 38,4 \text{ cm}^2, p' : p = 16 : 25$

72.

a) $|BC| = 9 \text{ m}, |CD| = 14 \text{ m}$

b) $|BC| = 8,4 \text{ cm}, |DE| = 10 \text{ cm}$

73.

Razmerje 140 : 103.

74.

$|DE| = 6 \text{ cm}, |CE| = 5 \text{ cm}.$

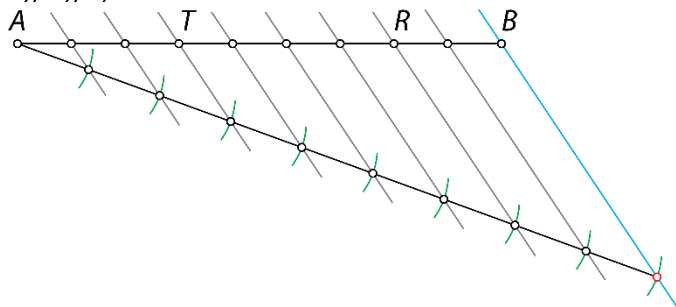
75.

a) $|PR| = 30 \text{ m}, |SU| = 32 \text{ m}$

b) $|PR| = 15 \text{ dm}, |RS| = 20 \text{ dm}$

76.

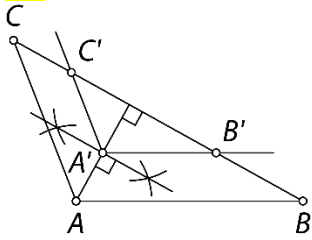
a), b), c)



77.

Drugi stolp je višji za 87,5 m.

78.



79.

Dolžina jezera je 58,8 m.

80.

a) Nista si podobna.

b) Sta si podobna.

c) Sta si podobna.

81.

Druga vrv mora biti na višini 37,5 m.

Preveri svoje znanje

Ali veš

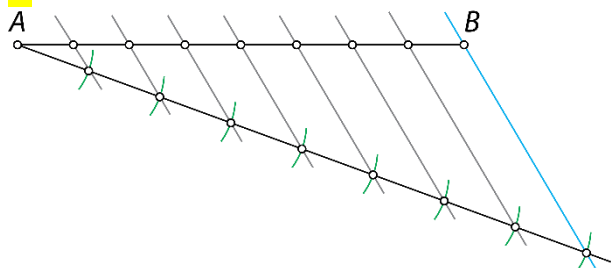
1. Lika sta si podobna, če imata skladne vse istoležne notranje kote in so dolžine vseh parov istoležnih stranic v enakem razmerju.
2. Trikotnika sta si podobna, če:
 - imata enako razmerje dolžin istoležnih stranic,
 - imata paroma skladna dva notranja kota.

Preveri, ali znaš

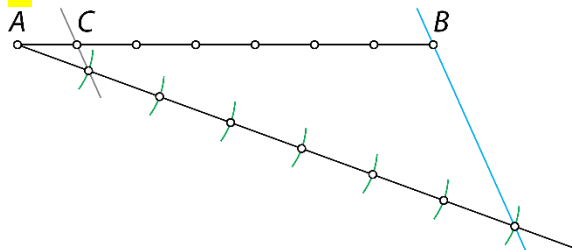
1.

Dolžina daljše daljice je 48 cm.

2.



3.



4.

$ABCD \sim EFGH$

5.

Dolžini stranic sta 32 cm in 24 cm.

6.

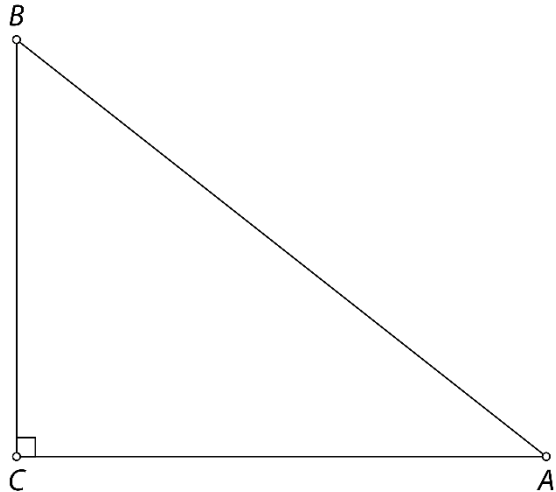
Podobna sta si trikotnika ABC in GHI ($\triangle ABC \sim \triangle GHI$). Vsota dveh notranjih kotov v $\triangle ABC$ je 110° , zato tretji kot meri 70° . Tako ugotoviš, da se trikotnika ujemata v velikosti vseh notranjih kotov in imata enako razmerje dolžin istoležnih stranic.

7.

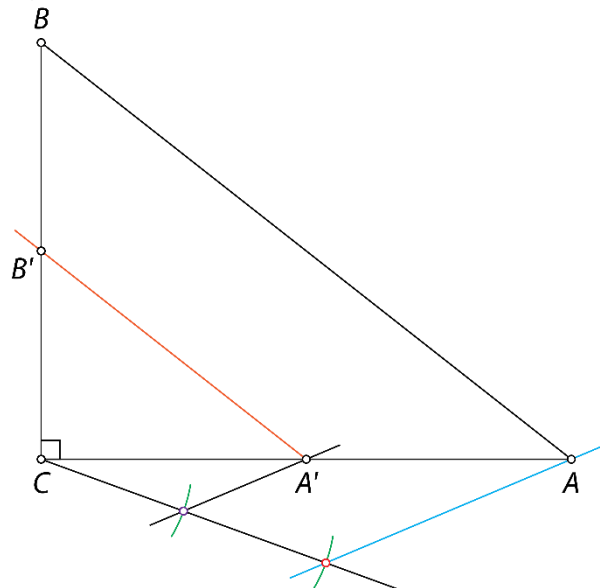
$x = 22,5$ cm, $y = 24$ cm

8.

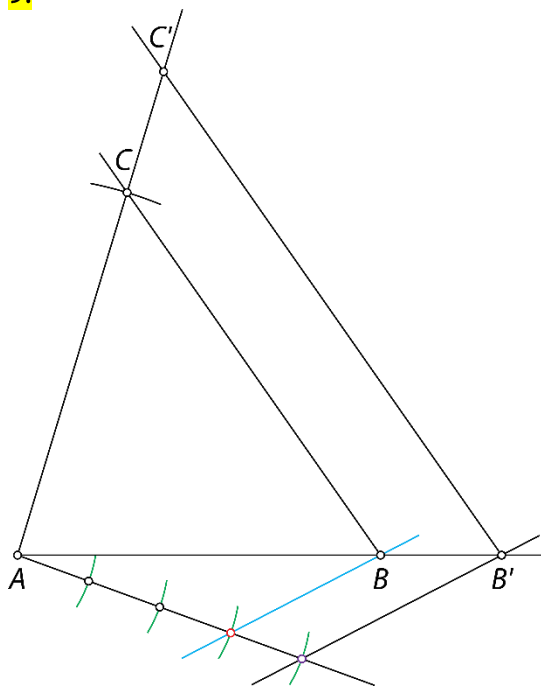
a)



b)



9.

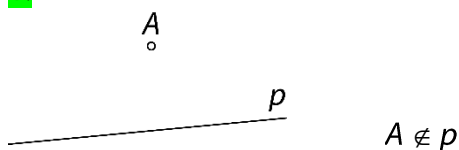


5. OSNOVNI GEOMETRIJSKI ELEMENTI

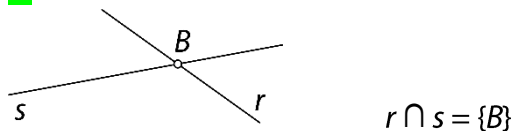
Odnosi med točkami, premicami in ravninami

Ponovimo

1.



2.



1.

- a) $AD, AH, AG, AC, BC, BD, BH, BG, CH, CG, DG$ ali DH
 b) $AE, AF, AG, AH, BE, BF, BG, BH, CE, CF, CG, CH, DE, DF, DG$ ali DH
 c) $CD \perp BC, BD \parallel FH$
 č) V točki C.

2.

- a) premica DH ali premica HD ali premica skozi točki D in H
 b) prazna množica ali $\{\}$
 c) točka C
 č) premica GH ali premica HG ali premica skozi točki G in H

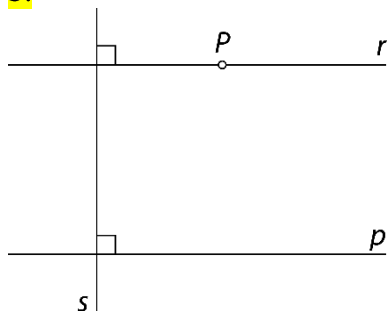
3.

- a) $a \parallel b$ b) $p \cap r = \{K\}$ c) $m \perp n$ č) $p \cap \mathcal{R} = \{N\}$

4.

- a) P b) P c) N č) P d) P

5.

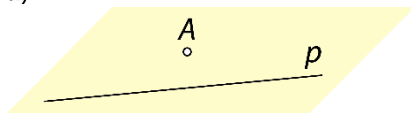


6.

- a) Narišeš lahko neskončno mnogo premic (šop premic).
 b) Narišeš lahko natanko eno premico.
 c) Če so točke kolinearne, lahko narišeš natanko eno premico. Če so točke nekolinearne, nobene.

7.

a)

b) $A \notin p$

c) Narišeš lahko natanko eno vzporednico.

č) Narišeš lahko natanko eno pravokotnico.

8.

Premici imata vse točke skupne. Premici sta identični.

9.

Identični ravnini se ujemata v najmanj treh nekolinearnih točkah.

10.

a) Narišeš lahko neskončno mnogo ravnin.

b) Narišeš lahko neskončno mnogo ravnin.

c) Če so točke kolinearne, lahko narišeš neskončno mnogo ravnin. Če točke niso kolinearne, lahko narišeš natanko eno ravnino.

č) Če so točke koplanarne, lahko narišeš natanko eno ravnino. Če točke niso koplanarne, nobene.

11.

a) Točka B ne leži na premici CG .b) Točka A leži na ravnini BCD .c) Premici AD in FG sta vzporedni.č) Premici EF in CG sta mimobežni.d) Premici BF in EF se sekata v točki F .e) Premica AE in ravnina BCG sta vzporedni.f) Premica AG prebada ravnino BDF .g) Ravnini ADE in BCF sta vzporedni.h) Ravnini ABE in ACG se sekata in imata skupno premico AE .i) Ravnini ABF in EAB se prekrivata (sovpadata). Imenujemo ju identični ravnini.

12.

a) mimobežni ali mimobežnici

b) pravokotna

c) ne leži

č) vzporedni

d) se sekata ali sta sečnici

e) nekolinearne

f) enakostraničen

g) pravokotnik

13.

13 : 5

14.

Ne.

15.

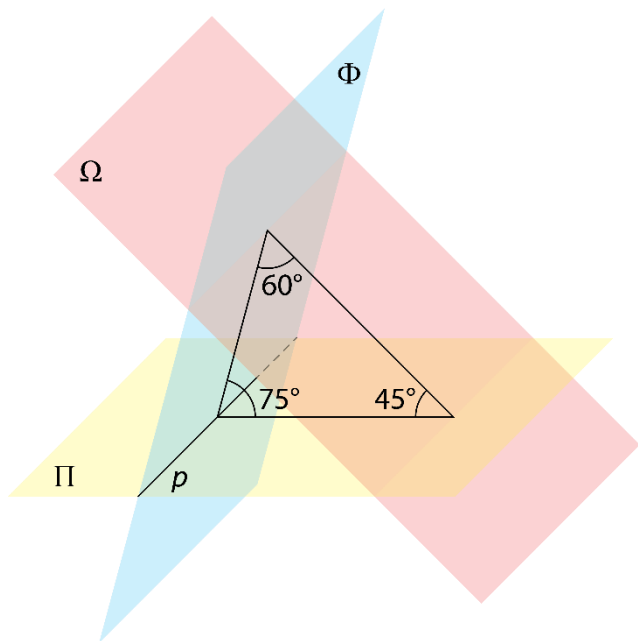
Premici a in b sta mimobežnici.

16.

Presek ravnin ABD , BFG in DGH je točka C .

Misija v neznanu

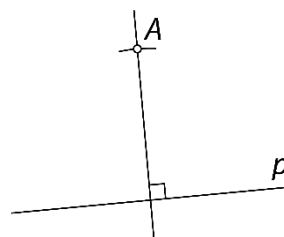
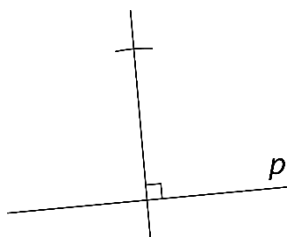
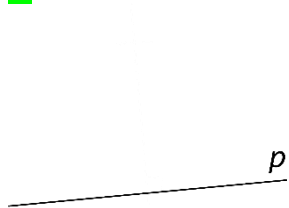
Ravnina Ω seka ravnino Φ pod kotom z velikostjo 60° .



Razdalje v prostoru

Ponovimo

1.



17.

a) 3 cm

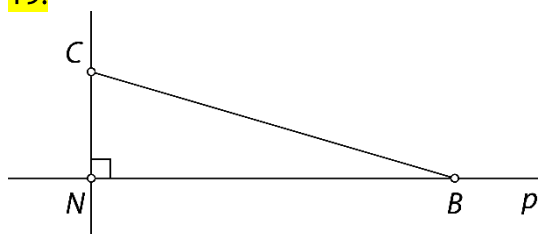
b) 5 cm

c) 13 cm

18.

a) $|AB| = 5 e$ b) $|CD| = 10 e$ c) $|EF| = 13 e$ č) $|GH| = 17 e$

19.



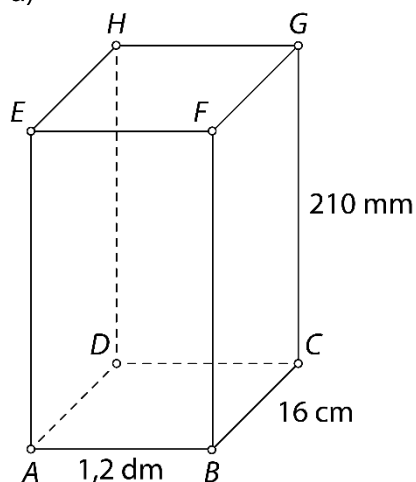
$$d(B, C) = 25 \text{ cm}$$

20.

$$d(A, D) = 20 \text{ m}$$

21.

a)



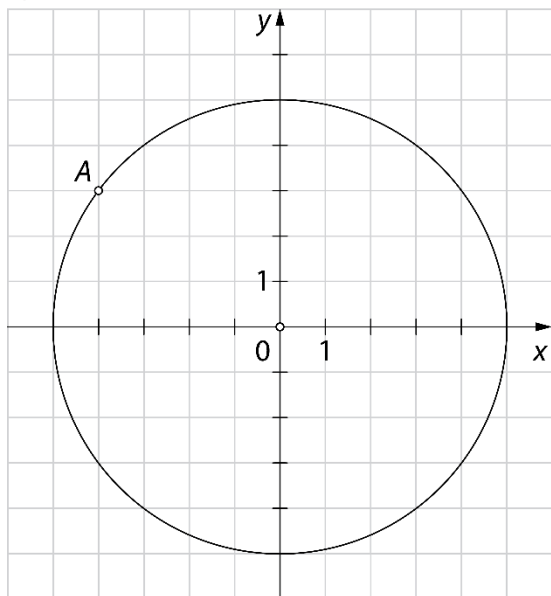
$$\text{b) } d(A, C) = 200 \text{ mm} = 20 \text{ cm} = 2 \text{ dm}$$

$$\text{c) } d(A, G) = 290 \text{ mm} = 29 \text{ cm} = 2,9 \text{ dm}$$

$$\text{č) } o = 820 \text{ mm} = 82 \text{ cm} = 8,2 \text{ dm}, p = 42\,000 \text{ mm}^2 = 420 \text{ cm}^2 = 4,2 \text{ dm}^2$$

22. a) $d(A, C) = 15 \text{ cm}$ b) $d(A, E) = 17 \text{ cm}$ c) $o = 40 \text{ cm}, p = 60 \text{ cm}^2$

23. a) Več možnih rešitev.

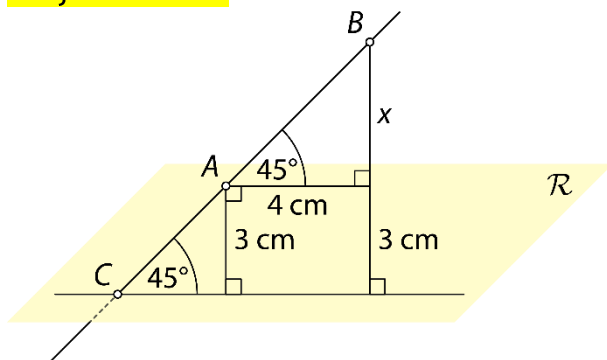


- b) Č
c) C

24. 2 cm

25. a) 64 cm^3
b) C
c) $1 : \sqrt{2}$ ali $\sqrt{2} : 2$ ali $4 : 4\sqrt{2}$
č) $8\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Misija v neznano



$$x = 4 \text{ cm}$$

$$d(B, \mathcal{R}) = 3 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

Vaja dela mojstra

26.

$$d(A, p) = 2,7 \text{ cm}$$

27.

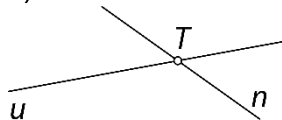
- Oglišče E je od ravnine BCD oddaljeno 4 cm.
- Oglišče D je od ravnine BFG oddaljeno 2 cm.
- Oglišče F je od ravnine CDH oddaljeno 3 cm.
- Oglišče D je od ravnine ABC oddaljeno 0 cm.

28.

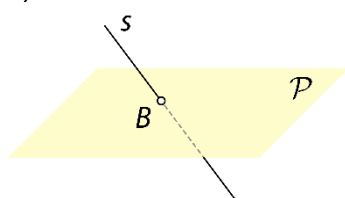
- B ali C
- A, B, C, D, E ali H
- BF, CG ali DH
- AD, BC, DH ali CG
- ABC, BCG, ADH ali EFG
- ABF ali ABC
- AB, BC, CD ali AD
- EFG

29.

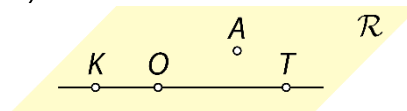
a)



c)



b)



č)



30.

- a) premice BC, FG, BF in CG

- b) premice AE, BF, CG in DH

31.

- a) $k \parallel \mathcal{R}$

- b) $m \perp d$

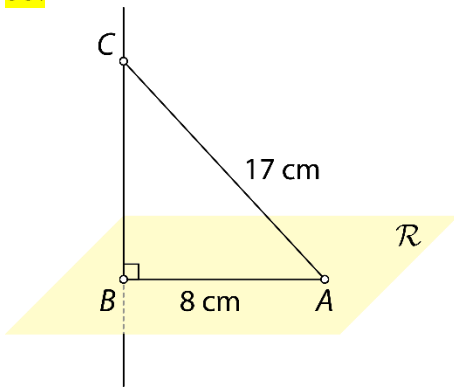
- c) $t \cap \mathcal{R} = \{H\}$

- č) $h \subset \mathcal{R}$

32.

$$d(A, \mathcal{R}) = 8 \text{ cm}$$

33.



$$d(B, C) = 15 \text{ cm}$$

34.

Premici p in r imata vse točke skupne in sovpadata.

35.

$$|VA| = |VB| = |VC| = |VD| = 13 \text{ cm}$$

Preveri svoje znanje

Ali veš?

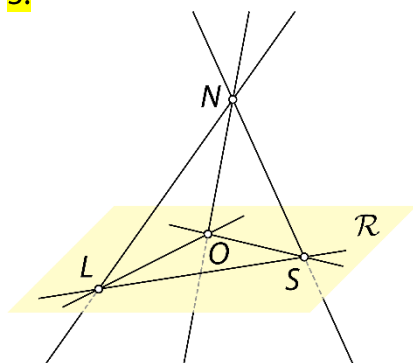
- Točka leži na premici ali ne leži na premici.
 - Točka leži na ravnini ali ne leži na ravnini.
 - Premici sta vzporedni, se sekata, sta mimobežni ali identični.
 - Premica leži na ravnini, lahko ji je vzporedna ali jo prebada.
 - Ravnini sta vzporedni, se sekata ali sta identični.
- Razdalja med točko A in ravnino \mathcal{R} je enaka dolžini daljice med točko A in njeno pravokotno projekcijo na ravnino \mathcal{R} (točko N). Točko N imenujemo nožišče pravokotnice skozi točko A na ravnino \mathcal{R} . Velja $d(A, \mathcal{R}) = |AN|$.

Preveri, ali znaš ...

- E, F, G in H
 - premice AB, EF, AE in BF
 - premice AB, CD, EF in GH

- Premica CG ali premica skozi točki C in G .

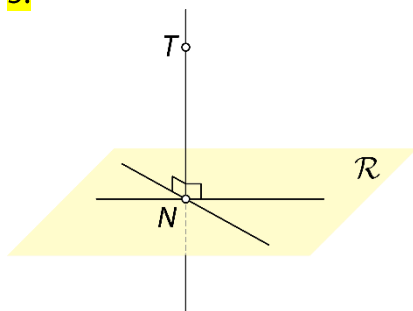
3.



Na ravnini \mathcal{R} ležijo premice LO, LS in OS . Ravnino \mathcal{R} prebadajo premice LN, NO in NS .

- $h \perp g$
 - $m \parallel \mathcal{R}$
 - $r \cap \mathcal{P} = \{A\}$
 - $d(m, f) = 3,4 \text{ cm}$

5.



6.

$$d(U, M) = 1,3 \text{ dm}$$

7.

a) Dolžina daljice AN je enaka razdalji med točko A in ravnino \mathcal{R} ($d(A, \mathcal{R}) = |AN|$)

b) $d(A, \mathcal{R}) = 20 \text{ cm} = 2 \text{ dm}$

8.

$$|AT| = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

6. PRIZME

Osnovni pojmi v prizmi

Ponovimo

1.

Trikotnik, enakokraki trikotnik, enakostranični trikotnik, pravokotnik, kvadrat, paralelogram, romb, trapez, deltoid ...

2.

Kvader, kocka, prizma, piramida, valj, stožec, krogla ...

1.

Petstrana prizma

- 1 ... osnovna ploskev
- 2 ... stranski rob
- 3 ... stranska ploskev
- 4 ... oglišče
- 5 ... osnovni rob

2.

Kvader ima **8** oglišč. Kvader ima **12** robov. Po štirje robovi kvadra so **vzporedni** in skladni. Kvader omejuje **6** mejnih ploskev. Nasprotni ploskvi kvadra sta vzporedni in **skladni**.

3.

vrsta prizme	tristrana prizma	sedemstrana prizma	osemstrana prizma	n -strana prizma
število oglišč	6	14	16	$2n$
število osnovnih robov	6	14	16	$2n$
število stranskih robov	3	7	8	n
število robov	9	21	24	$3n$
število osnovnih ploskev	2	2	2	2
število stranskih ploskev	3	7	8	n
število mejnih ploskev	5	9	10	$n + 2$

4.

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| a) tristrana prizma | c) petstrana prizma |
| b) šeststrana prizma | č) štiristrana prizma |

5.

- a) 3
- b) tristrana prizma, štiristrana prizma, štiristrana prizma

6.

- | | | |
|-----------------------------|------------|------------------------|
| a) enakostranični trikotnik | b) kvadrat | c) pravilni šestkotnik |
|-----------------------------|------------|------------------------|

7.

- a) km^2 , ha, a, m^2 , dm^2 , cm^2 , mm^2 ...
- b) km^3 , m^3 , dm^3 , cm^3 , mm^3 , hl, l, dl, cl, ml ...

8.

a) 66 cm

b) 88 cm

c) 132 cm

č) 220 cm

9.

C, D

10.

a) Osnovni ploskvi nista skladni.

b) Osnovni ploskvi nista vzporedni.

c) Osnovna ploskev ni večkotnik.

11.

a) 4

b) 8

12.

A, D

13.

Oblikuje lahko neskončno mnogo različnih štiristranih prizem, saj lahko s štirimi ustrezno izbranimi dolžinami osnovnih robov oblikuje neskončno mnogo različnih štirikotnikov.

dolžina stranskega roba [cm]	dolžine osnovnih robov [cm]
1	2, 2, 2, 4 2, 2, 3, 3 1, 3, 3, 3 1, 2, 3, 4 1, 1, 4, 4
2	2, 2, 2, 2 1, 2, 2, 3 1, 1, 3, 3
3	1, 1, 2, 2
4	1, 1, 1, 1

Misija v neznano

Pri osemstrani prizmi.

Mreža, površina in prostornina prizme

Ponovimo

1.

$$o = 18 \text{ cm}, p = 20 \text{ cm}^2$$

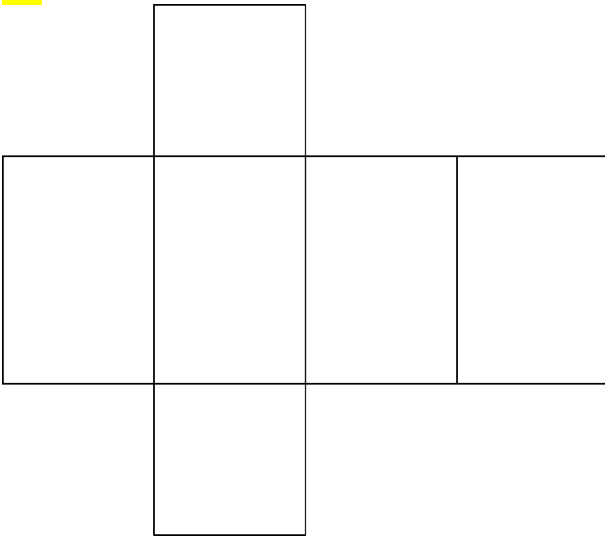
14.

$$P = 90 \text{ dm}^2, V = 54 \text{ dm}^3$$

15.

$$P = 462 \text{ cm}^2, V = 605 \text{ cm}^3$$

16.



17.

- a) štiristrana prizma ali kvader
- b) pravilna šeststrana prizma
- c) (pravilna) enakoroba tristrana prizma
- č) tristrana prizma

18.

$$P = 200 \text{ cm}^2$$

19.

$$P = 180 \text{ dm}^2$$

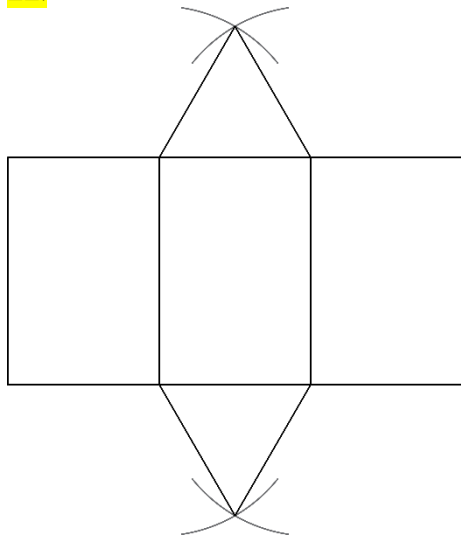
20.

$$V = 165 \text{ cm}^3 = 0,165 \text{ dm}^3$$

21.

- a) $V = 210 \text{ cm}^3$
- b) Ne, ker nimamo dovolj podatkov o prizmi.

22.



23.

Individualno delo

24.

$$P = 150 \text{ mm}^2, V = 125 \text{ mm}^3$$

25.

$$pl = 60 \text{ cm}^2$$

26.

$$pl = 19\,000 \text{ cm}^2 = 190 \text{ dm}^2 = 1,9 \text{ m}^2$$

27.

$$P = 188 \text{ cm}^2, V = 168 \text{ cm}^3$$

28.

a) tristrana prizma, $P = 64 \text{ cm}^2$ b) pravilna štiristrana prizma, $\mathcal{O} = 36 \text{ dm}^2$, $pl = 192 \text{ dm}^2$, $P = 264 \text{ dm}^2$ c) štiristrana prizma, $pl = 600 \text{ cm}^2$, $P = 774 \text{ cm}^2$, $V = 1305 \text{ cm}^3$

29.

A

30.

$$\mathcal{O} = 14 \text{ dm}^2$$

31.

Prostornina prizme je štirikrat tolikšna.

32.

a) $v = 9 \text{ cm}$

b) $c = 6 \text{ cm}$

c) $P = 164 \text{ cm}^2, V = 108 \text{ cm}^3$

33.

B

34.

$$O_1 : O_2 = 1 : 4$$

Misija v neznanu

1 : 2

Površina in prostornina štiristrane prizme

Ponovimo

1.

$$o = 28 \text{ cm}, p = 49 \text{ cm}^2$$

35.

$$P = 322 \text{ cm}^2, V = 392 \text{ cm}^3$$

36.

$$P = 144 \text{ dm}^2, V = 108 \text{ dm}^3$$

37.

$$P = 224 \text{ dm}^2 = 2,24 \text{ m}^2; V = 192 \text{ dm}^3 = 0,192 \text{ m}^3$$

38.

$$P = 148 \text{ cm}^2; V = 120 \text{ cm}^3$$

39.

$$\text{a) } 224 \text{ dm}^2$$

$$\text{b) } 192 \ell$$

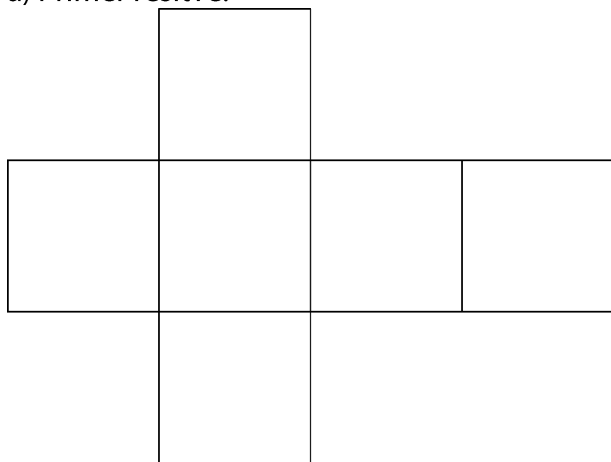
40.

$$\text{a) } P = 78 \text{ dm}^2, V = 45 \text{ dm}^3$$

$$\text{b) } P = 130 \text{ cm}^2, V = 100 \text{ cm}^3$$

41.

a) Primer rešitve:



$$\text{b) } P = 24 \text{ cm}^2, V = 8 \text{ cm}^3$$

c) Kocka.

42.

$$V = 405 \text{ cm}^3$$

43.

$$P = 378 \text{ cm}^2, V = 490 \text{ cm}^3$$

44.

a) 720 m^3

b) 48 a

45.

$$V = 128 \text{ dm}^3$$

46.

$$P = 208 \text{ cm}^2$$

47.

$$P = 108 \text{ cm}^2, V = 72 \text{ cm}^3$$

48.

$$m = 482,3 \text{ g} \doteq 482 \text{ g}$$

Misija v neznano

Nalili smo 20 ml gnojila in 340 ml vode.

Površina in prostornina tristrane prizme

Ponovimo

1.

$$o = 18 \text{ cm}, p = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

49.

$$P = (8\sqrt{3} + 36) \text{ cm}^2, V = 12\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

50.

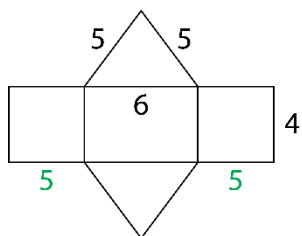
$$P = (18\sqrt{3} + 90) \text{ cm}^2, V = 45\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

51.

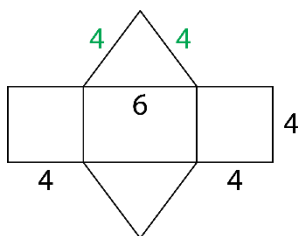
C, E

52.

Ne, na skici ni mreža prizme.

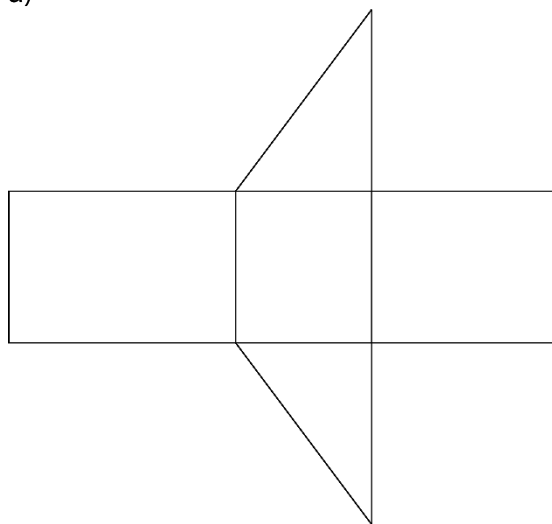


ali



53.

a)



$$\text{b) } P = 18,72 \text{ cm}^2, V = 4,32 \text{ cm}^3$$

54.

$$P = (32\sqrt{3} + 360) \text{ cm}^2, V = 240\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

55.

a) $6,265 \text{ dm}^2$

b) $778,5 \text{ cm}^3 = 0,7785 \text{ dm}^3$

56.

$$P = (32\sqrt{3} + 168) \text{ cm}^2, V = 112\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

57.

$$P = (8\sqrt{3} + 96) \text{ dm}^2, V = 32\sqrt{3} \text{ dm}^3$$

58.

$$P = 88 \text{ dm}^2, V = 48 \text{ dm}^3$$

59.

$$P = (72\sqrt{3} + 432) \text{ cm}^2, V = 432\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

60.

a) $202,5 \text{ hl}$

b) $47,5 \text{ m}^2$

Misija v neznanu

$$\sqrt{3} : 4$$

Površina in prostornina šeststrane prizme

Ponovimo

1.

$$o = 24 \text{ cm}, p = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

61.

$$P = (108\sqrt{3} + 108) \text{ cm}^2, V = 162\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

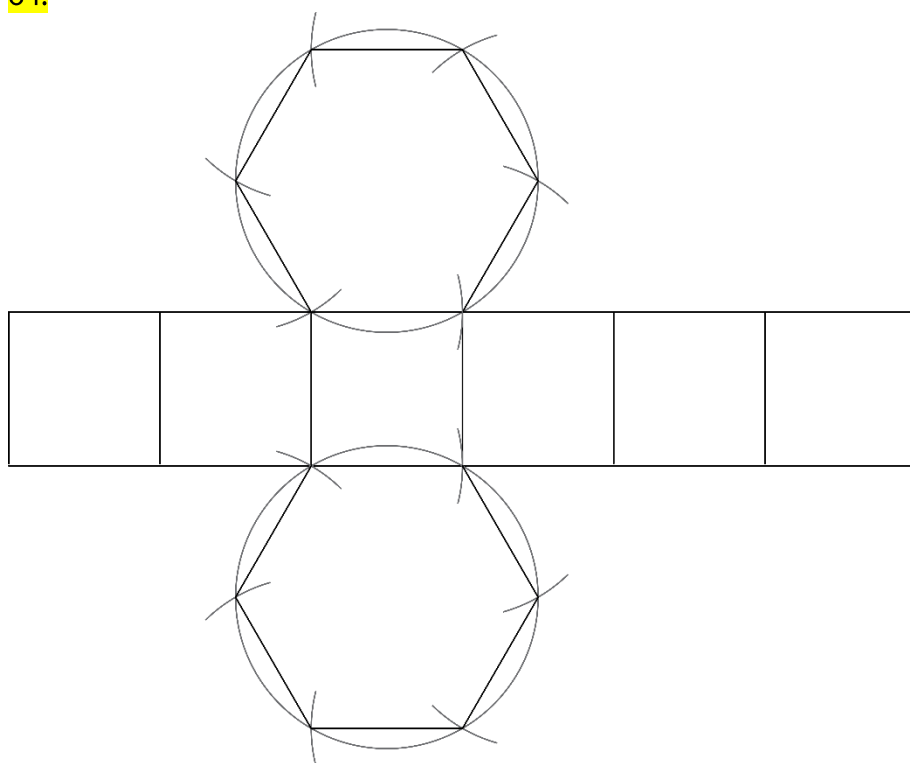
62.

$$P = (48\sqrt{3} + 120) \text{ cm}^2, V = 120\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

63.

$$P = (192\sqrt{3} + 192) \text{ cm}^2, V = 384\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

64.



65.

$$13,2 \text{ dm}$$

66.

$$\text{a) } 46,71 \text{ dm}^3$$

$$\text{b) } 98 \text{ kg}$$

67.

$$O = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2, V = 54\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

68.

Ne, nalijemo lahko največ 2,4912 dℓ ledenega čaja.

69.

80,76 dm²

70.

$$P = (432\sqrt{3} + 864) \text{ cm}^2, V = 2592\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

71.

Ne, v korito lahko nasujemo največ 0,65394 m³ zemlje.

72.

$$P = (432\sqrt{3} + 360) \text{ cm}^2, V = 1080\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

73.

$$P = (300\sqrt{3} + 600) \text{ cm}^2$$

74.

$$P = 12x^2\sqrt{3} + 36x^2, V = 18x^3\sqrt{3}$$

Misija v neznano

Vsota površin tristranih prizem je večja za 420 cm².

Vaja dela mojstra**75.**

$P = 258 \text{ cm}^2$

76.

$V = 390 \text{ dm}^3$

77.

$P = 154 \text{ dm}^2, V = 98 \text{ dm}^3$

78.

$pl = 120 \text{ cm}^2$

79.

$V = 240 \text{ cm}^3$

80.

$P = (18\sqrt{3} + 180) \text{ cm}^2, V = 90\sqrt{3} \text{ cm}^3$

81.

$P \doteq 44,76 \text{ dm}^2, V \doteq 20,76 \text{ dm}^3$

82.

a) 3 cm

b) 9 cm²

c) 54 cm²

83.

$pl = 108 \text{ cm}^2$

84.

$P = 288 \text{ cm}^2 = 2,88 \text{ dm}^2, V = 240 \text{ cm}^3 = 0,24 \text{ dm}^3$

85.

$a = 30 \text{ cm} = 3 \text{ dm}$

86.

$a = 7 \text{ cm}, v = 5 \text{ cm}$

87.

$V = 81\sqrt{3} \text{ cm}^3$

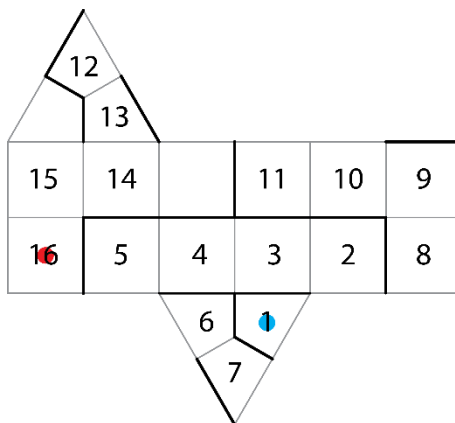
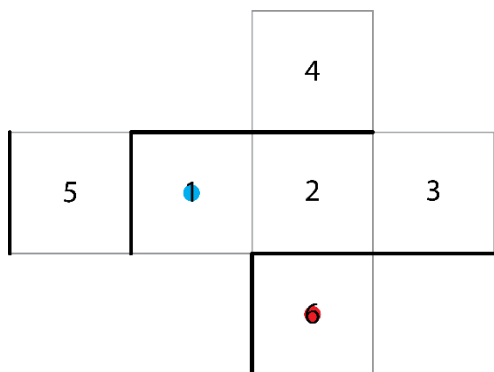
88.

$v = 9 \text{ cm}$

89.Razlikujeta se za 60 cm².**90.**

C, D

91.



92.

a) 12 m^2

b) 4 m

93.

Nastalo telo je enakoroba štiristrana prizma z romбом za osnovno ploskev.

94.

B

95.

a) $3 \text{ dm} = 30 \text{ cm}$ b) 27 l

96.

 $7,2 \text{ dm}^3$

97.

 $P = 528 \text{ cm}^2, V = 720 \text{ cm}^3$

98.

 $7,8 \text{ g/cm}^3$

Preveri svoje znanje

Ali veš?

1. Prizma je oglato geometrijsko telo, ki je omejeno z dvema skladnima in vzporednima osnovnima ploskvama ter plaščem. Osnovna ploskev je lahko trikotnik, štirikotnik, petkotnik ... n -kotnik. Stranske ploskve so paralelogrami. Stranske ploskve tvorijo plašč.
2. Ko vse mejne ploskve modela prizme razgrnemo v ravnino, nastane lik, ki je mreža prizme. Mreža pokončne prizme je sestavljena iz dveh skladnih večkotnikov (osnovni ploskvi prizme) in pravokotnikov, ki sestavljajo plašč prizme.
3. Pravilna prizma je pokončna in ima za osnovno ploskev pravilni večkotnik.
 - a) enakostranični trikotnik
 - b) kvadrat
 - c) pravilni šestkotnik
4. Enakoroba prizma je pravilna in dolžina stranskega roba je enaka dolžini osnovnega roba ($s = a$).

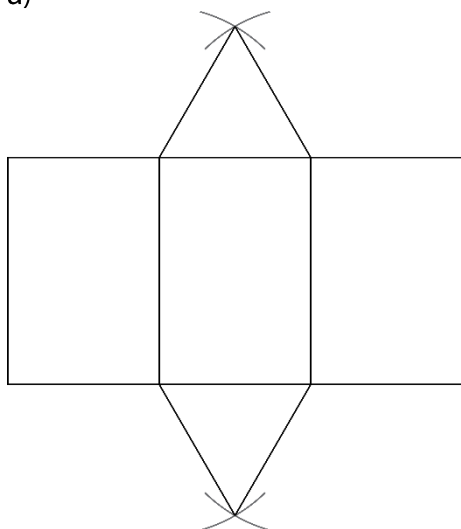
Preveri, ali znaš

1.

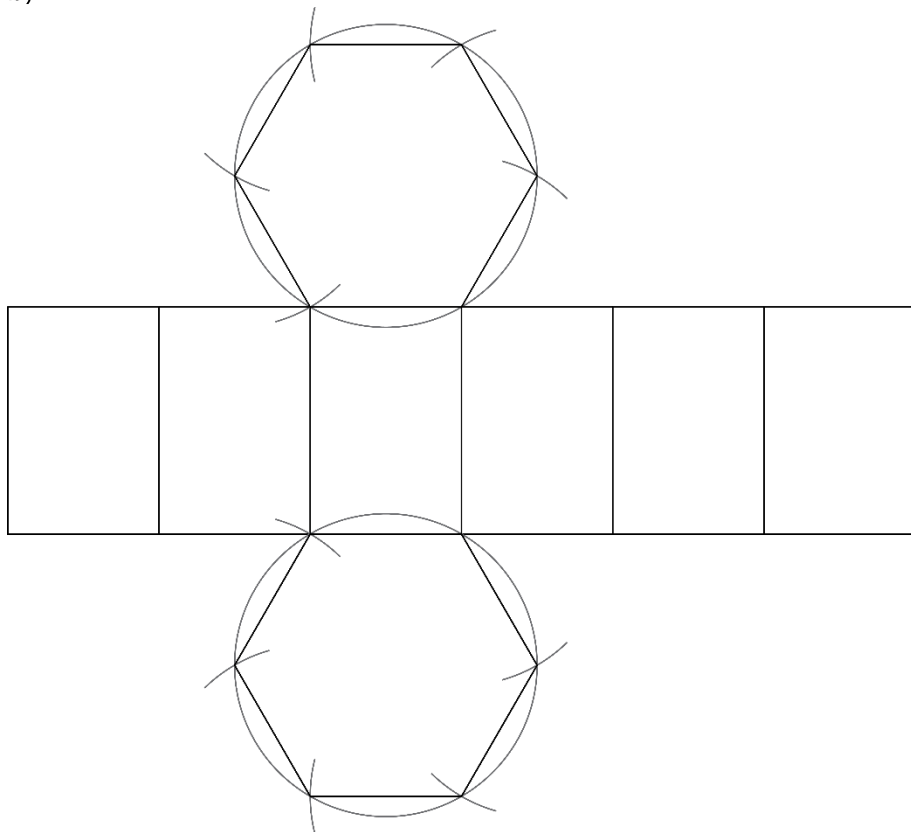
- 1 ... osnovna ploskev
- 2 ... stranska ploskev
- 3 ... osnovni rob
- 4 ... oglišče
- 5 ... stranski rob ali višina

2.

a)



b)



3.

$$P = 300 \text{ dm}^2, V = 240 \text{ dm}^3$$

4.

$$\text{a) } P = (8\sqrt{3} + 60) \text{ cm}^2, V = 20\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

$$\text{b) } P = 112 \text{ cm}^2, V = 80 \text{ cm}^3$$

$$\text{c) } P = (48\sqrt{3} + 120) \text{ cm}^2, V = 120\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

5.

$$P = 800 \text{ cm}^2, V = 1020 \text{ cm}^3$$

6.

$$V = 294 \text{ cm}^3$$

7.

$$P = (108\sqrt{3} + 180) \text{ dm}^2$$

8.

$$m = 21,6 \text{ g}$$

9.

$$54\sqrt{2} \text{ cm}^2$$